

Riesgo operativo en el sector salud en Colombia: 2013

FRANCISCO VENEGAS-MARTÍNEZ[†]
LUIS CEFERINO FRANCO-ARBELÁEZ^{**}
LUIS EDUARDO FRANCO-CEBALLOS^{***}
JUAN GUILLERMO MURILLO-GÓMEZ^{****}

(Recibido: marzo 2015/ Aprobado: julio 2015)

RESUMEN. En esta investigación, con base en los lineamientos de los acuerdos de Basilea y sus relaciones con el sector salud según las resoluciones respectivas del Ministerio de Protección Social de Colombia, se cuantifica el riesgo operativo de la seguridad social en Colombia en 2013 en el marco de los llamados métodos de medición avanzada (AMA), particularmente el método de distribución de pérdidas. Para ello se utilizan el método de simulación Monte Carlo y el algoritmo de recursión de Panjer (1981).

Palabras clave: Basilea, riesgo operativo, método de distribución de pérdidas. *Clasificación JEL:* G32, D81.

ABSTRACT. In this research, based on the guidelines of the Basel agreements and its relationships with the health sector according to the respective resolutions of the Ministry of Social Protection of Colombia, the operational risk in the social security in Colombia in 2013 is quantified in the context of so-called advanced measurement approaches (AMA),

[†] Profesor-investigador de la Escuela Superior de Economía, del Instituto Politécnico Nacional. Correo electrónico: <fvenegas1111@yahoo.com.mx>.

^{**} Profesor-investigador del instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín. Correo electrónico: <luisfran-co@itm.edu.co>.

^{***} Profesor-investigador del instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín. Correo electrónico: <luisfran-co@itm.edu.co>.

^{****} Profesor-investigador de la Universidad de Medellín. Correo electrónico: <jgmurillo@udem.edu.co>.

particularly the Loss Distribution Approach (LDA). To do this, the Monte Carlo simulation method and the Panjer's (1981) recursion algorithm are used.

JEL Classification: G32, D81.

Keywords: Basilea, Operational risk, Loss Distribution Method.

1. INTRODUCCIÓN

En el contexto financiero el riesgo es entendido como una pérdida potencial en el valor de los activos. Las empresas, tanto financieras como del sector real, enfrentan diferentes clases de riesgos, incluyendo riesgo de mercado, riesgo crediticio, riesgo operativo, riesgo de liquidez y riesgo legal, entre muchos otros.

En mayo de 2008 el Ministerio de Protección Social de Colombia emitió la Resolución 1740, la cual reglamenta la implementación del Sistema de Administración de Riesgos (SAR) para las Entidades Promotoras de Salud (EPS) del Régimen Contributivo. En ese sentido, en la Circular 0082 de 2010 se dictan disposiciones relacionadas con el SAR, y mediante la Circular 0045 de 2011, se establecen lineamientos técnicos para la implementación y consolidación de la fase definitiva.

Desde principios de 2013 el Gobierno Nacional en Colombia ha impulsando un proyecto para reformar el sistema de seguridad social en salud. Sin embargo, independiente de cómo evolucione esa transformación, el ministerio y las superintendencias seguirán controlando los aspectos normativos relacionados con la gestión integral del riesgo financiero.

Aunque ha sido una preocupación histórica, la cuantificación del riesgo se ha convertido en una actividad obligada en las instituciones financieras, desde el surgimiento de la Convergencia Internacional de Medidas y Estándares de Capital, o Acuerdos de Basilea, emitidos por el Banco de Pagos Internacionales (*Bank for International Settlements-BIS*), los cuales incorporan diversos riesgos en el cálculo de la relación de solvencia para estimar los requerimientos de capital de las entidades. En forma análoga, para las EPS

en Colombia, la citada resolución 1740, así como la resolución 2094 de 2010, regulan sobre el margen de solvencia que deben mantener esas entidades para asegurar la liquidez y solvencia de acuerdo a lo estipulado por el gobierno nacional. Según estas resoluciones, la incertidumbre se refiere a situaciones futuras sobre las cuales no se conoce con certeza sobre su ocurrencia, ni sobre su comportamiento en caso de ocurrir. Así mismo se considera el riesgo como aquella “incertidumbre que afecta negativamente el bienestar de los agentes económicos y el logro de los objetivos de la organización” y, en particular, el riesgo es la posibilidad de que se genere una pérdida económica por la ocurrencia de un evento adverso. En esa resolución también se definen las áreas de análisis en el marco de la implementación del Sistema de Administración de Riesgos, y los riesgos que se asocian a cada una de ellas. Esas áreas, junto con los riesgos asociados, son las siguientes:

1. Administración de riesgos en salud: riesgos de concentración y hechos catastróficos, riesgos de incrementos inesperados en los índices de morbilidad y de los costos de atención, riesgos de cambios permanentes en las condiciones de salud o cambios tecnológicos, riesgo de insuficiencia de reservas técnicas, riesgo de comportamiento.
2. Administración del riesgo operativo: riesgo operativo, riesgo legal y regulatorio, riesgo reputacional.
3. Administración de riesgos generales del negocio, de mercado y de crédito: riesgo estratégico, riesgo de crédito, riesgo de mercado, riesgo de liquidez.

Aunque el ministerio adopta esta organización por áreas, admite que se adopten otro tipo de agrupaciones, con la condición de que se contemplen los riesgos más relevantes que enfrenta la entidad y se incluyan los mencionados.

Para la implementación del Sistema de Administración de Riesgos, se establecen los siguientes ámbitos de acción, que deben revisarse periódicamente: identificación, evaluación y medición, selección de métodos para la administración (evitar, prevenir, retener o transferir), implementación y retroalimentación.

En términos generales, para la fase de consolidación del SAR, las EPS deben garantizar que se aplica de manera sistemática el ciclo de planear, hacer, verificar y actuar frente al riesgo. En lo relacionado con las metodologías de administración de los riesgos, la norma establece que en primera instancia se pueden utilizar métodos cualitativos, incluyendo mapas de riesgo y análisis de las modificaciones del perfil de riesgo. Pero al final de la fase de implementación del sistema se requieren esquemas cuantitativos de valoración de cada uno de los riesgos identificados, empleando metodologías de reconocida validez técnica y aplicable a cada tipo de riesgo. Esa cuantificación de los riesgos se debe realizar aplicando métodos estadísticos, actuariales y financieros adecuados, y con suficiente soporte técnico; la cuantificación debe realizarse a partir de estadísticas y series históricas particulares de cada entidad y del mercado, y hacer los respectivos reportes periódicos a la Superintendencia Nacional de Salud, o a la entidad competente. Además, todo esto deberá ser validado con periodicidad bianual, mediante un concepto experto especializado sobre el adecuado funcionamiento del Sistema de Administración del Riesgo de la entidad.

Aunque se debe cuantificar el riesgo operativo para satisfacer los estándares regulatorios, el objetivo fundamental consiste en robustecer los procesos de control y la disminución de pérdidas potenciales y, en general, fortalecer la toma de decisiones tendientes a la generación de valor. Pero, además de las consideraciones financieras, propias de entidades económicas cuyo propósito esencial es la rentabilidad, se supone que en el ámbito de la salud, las decisiones sobre riesgo deben estar en función de otros factores políticos y legislativos. Así como en una entidad financiera un evento de riesgo puede ser un fraude interno y su impacto medido en unidades monetarias, en una entidad del sector salud, un evento de riesgo puede ser demoras en la atención de pacientes, y su impacto o severidad sería medido en número de discapacidades o muertes, ocasionadas por esas fallas en las personas, procesos, o sistemas. En este punto podría incluirse la ocurrencia de lo que en el lenguaje médico se conoce como evento adverso. En el anexo técnico de la Resolución 1446 de 2006 del Ministerio de Protección Social se establece que “los eventos adversos son lesiones o complicaciones involuntarias que son causadas con mayor probabilidad por la atención en salud, que por la enfermedad subyacente del paciente, y que conducen a la muerte, la inhabilidad a la hora del alta o a la hospitalización prolongada. Muchos de

estos eventos pueden ser prevenibles. Existe evidencia que demuestra la asociación entre la calidad de la atención y la ocurrencia de eventos adversos”.

En términos generales, se define el riesgo operativo como la pérdida potencial de una entidad por fallas o deficiencias en los sistemas internos, en los procesos, en las personas, o algunos factores externos. El procesamiento sistemático de cualquier tipo de riesgo cubre tres etapas básicas: identificación, cuantificación y gestión. Entre los retos relativos a la cuantificación del riesgo operativo se incluyen desde la carencia de una estandarización conceptual, y la prevalencia de una cultura reactiva, hasta la falta de una metodología unificada para la cuantificación. En la etapa central de cuantificación, la modelación matemática, estadística y actuarial, se convierten en las herramientas fundamentales como lo plantea la misma norma para soportar la validez del proceso. En el ámbito del sector salud en Colombia, Reina *et al.* (2010) plantean que “la implementación de un sistema de administración de riesgos requiere una visión integral que inicia con los procesos de mercadeo, ventas y afiliaciones, y finaliza con el impacto en los niveles de salud de los afiliados.”

Para el proceso de modelación y cuantificación del riesgo operativo, especialmente durante los últimos años, se han desarrollado múltiples estudios. Algunos de los autores que han generado investigaciones relacionadas con riesgo operativo en los últimos años se tienen: Frachot, Georges y Roncalli (2001) que analizan el modelo LDA como una adecuación de técnicas actuariales; Cruz (2002) aporta un análisis cuantitativo para el riesgo operativo y propone estrategias para modelar, gestionar y cubrir ese riesgo; Frachot, Moudoulaud y Roncalli (2003) plantean la implementación de métodos de medición avanzada para riesgo operativo de tal forma que los estándares cualitativos y cuantitativos establecidos por Basilea puedan ser reconciliados. Asimismo, Frachot, Roncalli y Salomon (2004) analizan el problema de correlación en riesgo operativo. Por último Venegas-Martínez (2006) y Martínez-Sánchez y Venegas-Martínez (2012) y (2013a,b,c) desarrollan diversas aplicaciones para el caso mexicano.

La diversidad de métodos refleja diferentes niveles de sofisticación y sensibilidad al riesgo. Los *Advanced Measurement Approaches* (AMA), término

que se ha convertido en genérico para representar diversos modelos de medición avanzada, según lo establecido por Basilea, admiten flexibilidad en la cuantificación del riesgo operativo, y permiten a las entidades elaborar su propio sistema de modelación y medición del riesgo operativo. Análogo a lo que ocurre con riesgo de mercado, Basilea no establece un tipo particular de modelo, sino que determina un conjunto de estándares cualitativos y cuantitativos que deben ser satisfechos por cualquier modelo interno que se decida implementar. Entre los estándares cuantitativos hay dos fundamentales: la medida del riesgo operativo es un *Operational Value at Risk (OpVaR)* a un nivel de confianza del 99.9%, y el método de cuantificación debe capturar eventos potenciales de pérdidas severas en la cola. El Valor en Riesgo Operativo a un nivel de confianza α , denotado *OpVaR* (α), significa el nivel de pérdidas que sólo es excedido con una probabilidad $1-\alpha$, en el horizonte de tiempo considerado.

Entre los métodos de medición avanzada AMA, la técnica más utilizada es el método de distribución de pérdidas, conocido como *Loss Distribution Approach (LDA)*. En este contexto, a partir de un estudio de Franco y Velásquez (2010), el presente artículo hace énfasis sobre algunas alternativas cuantitativas, suficientemente validadas, que podrían ser implementadas por las EPS, específicamente para la cuantificación del riesgo operativo, en su fase definitiva, y que pueden ser articuladas con otras metodologías para que la entidad estructure un sistema integral para su gestión del riesgo.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera. Después de esta introducción se presentan dos de las alternativas avanzadas más usuales para la medición del riesgo operativo, asociadas a la metodología LDA, y que son opciones aplicables para la valoración cuantitativa del riesgo operativo en el sector de la salud en Colombia. Ellas son el método de simulación Monte Carlo y el algoritmo de Recursión de Panjer. Luego se presenta una aplicación en el contexto de la salud en Colombia; y se formulan las consideraciones finales y algunos retos que enfrenta el sector salud en la estructuración de sistemas integrales de administración del riesgo.

2. MÉTODO DE DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS LDA

El método de distribución de pérdidas LDA es la alternativa más comúnmente utilizada entre los llamados modelos de medición avanzada (AMA).

El método LDA incluye la modelación separada de la distribución de probabilidad de la severidad y la distribución de probabilidad de la frecuencia de las pérdidas, y luego las combina mediante simulación Monte Carlo u otra técnica estadística para generar una distribución de pérdidas agregadas para cada combinación línea de negocio/tipo de riesgo para un horizonte temporal específico.

Los orígenes del LDA se encuentran en las aplicaciones actuariales, desarrolladas por la industria de seguros durante muchos años (Bühlmann, 1970). El principal objetivo del modelo LDA es proporcionar una estimación del riesgo operativo para una entidad y sus unidades de negocio. A partir de una distribución de pérdida que refleja los datos de pérdidas subyacentes. El LDA se soporta en la recopilación de datos de pérdidas históricas internas (frecuencia y severidad) que pueden ser complementados con datos externos, adecuadamente escalados.

Según Basilea II, en una entidad financiera la exposición al riesgo operativo se divide en una serie de líneas de negocio y eventos. En general, se consideran ocho líneas de negocio (finanzas corporativas, negociación y ventas, banca minorista, banca comercial, pagos y liquidación, servicios de agencia, administración de activos e intermediación minorista) y siete eventos de pérdidas (fraude externo, fraude interno, clientes, ejecución y administración de procesos, fallas tecnológicas, daños a activos físicos, relaciones laborales).

Para la implementación del SAR en las EPS, estos aspectos se delimitan, considerando que el riesgo en salud corresponde a las pérdidas en las que puede incurrir la entidad como consecuencia de eventos de riesgos, incluyendo factores ambientales, socioeconómicos o políticos. Entre los impactos derivados de estos eventos se pueden tener, por ejemplo, incrementos imprevistos en los índices de morbilidad, variaciones en las condiciones de salud, cambios en el comportamiento de la población o insuficiencias de reservas técnicas. En particular, en lo correspondiente al riesgo operativo, los aspectos fundamentales son los mismos que se consideran en empresas del sector financiero, con algunas variaciones.

El modelo LDA es aplicable para la cuantificación del riesgo operativo, ya sea que se trate de cuantificar los impactos colectivos de los diferentes

eventos de riesgo en la entidad como un todo, o que se discriminen considerando los impactos individuales en diferentes líneas determinadas por la entidad. El modelo LDA proporciona estimaciones para la pérdida agregada, tanto por línea de negocio como por evento, que luego son combinadas para estimar la pérdida operacional total. En el LDA la pérdida total se define como una suma aleatoria de las distintas pérdidas:

$$L = \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^8 S_{ij} \quad (2.1)$$

donde S_{ij} es la pérdida total en la celda i, j de la matriz de pérdidas. Las S_{ij} se calculan como:

$$S_{ij} = \sum_{N=1}^n X_{Ni} \quad (2.2)$$

donde N_{ij} es la variable aleatoria que representa el número de eventos de riesgo en la celda i, j (frecuencia de los eventos) y X_N es el monto de la pérdida en la celda i, j (severidad del evento). En consecuencia, las pérdidas son resultado de por lo menos dos diferentes fuentes de aleatoriedad, la frecuencia y la severidad.

El cálculo del riesgo operativo para la celda i, j , será representado por un percentil α determinado (por ejemplo, el 99.9%) de la distribución de pérdidas agregadas por periodo en esa celda, que en lo sucesivo se denota simplemente como $S(x)$, porque, en primera instancia, el análisis se hace para cada celda específica. La distribución de $S(x)$ se obtiene mediante el estudio por separado de la distribución frecuencias de pérdidas $p_n = P(N = n)$ y la distribución de severidad de las pérdidas $f_X(x)$. Estas dos distribuciones se asume que son independientes y estables sobre el tiempo.

La distribución de las pérdidas agregadas es resultado de una composición entre la variable aleatoria discreta asociada a la frecuencia, y la variable aleatoria continua asociada a la severidad de los eventos de riesgo. Esto es, la distribución de pérdida agregada por periodo puede ser formalmente obtenida como la media ponderada de la n -ésima convolución de la severidad, donde los pesos son las probabilidades de masa de las frecuencias. La n -ésima convolución de la severidad es la probabilidad de ocurrencia del agregado de n pérdidas individuales.

Si las pérdidas agregadas para la celda específica están dadas por: $s = x_1 + x_2 + \dots + x_N = \sum_{i=1}^N X_i$, donde N es la variable aleatoria de conteo del evento, y X_i es la variable aleatoria severidad, por ocurrencia del evento, y las X_i se suponen independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución común dada por $F_x(x) = P(x \leq x)$, entonces la n -ésima convolución de la distribución de severidad, denotada por $F_x^{*n}(x)$

está dada por: $P(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq x) = F * F * \dots * F(x) = F_x^{*n}(x)$, y por lo tanto la función de distribución de las pérdidas agregadas está dada por:

$$G_s(x) = P(s \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N=n) F_x^{*n}(x).$$

En general, no existe una forma analítica para expresar la distribución compuesta de pérdidas, y se hace necesario aplicar algoritmos numéricos para calcularla. En el contexto de la modelación del riesgo operativo algunos métodos muy usuales son la simulación Monte Carlo, el algoritmo de recursión de Panjer y técnicas de inversión mediante transformadas; también es posible utilizar la aproximación en forma cerrada de Böcker y Klüppelberg, que es aplicable a situaciones específicas, como se plantea en Franco y Velásquez (2010).

A partir de la función de pérdidas agregadas $S(x)$ que se haya determinado, la carga de capital por riesgo operativo, $OpVaR(\alpha)$, como está definido previamente, se obtiene como:

- a) $OpVaR(\alpha) = G_s^{-1}(\alpha)$, para un nivel de confianza α determinado, que Basilea II ha fijado en 99.9%, donde G_s es la función de distribución de las pérdidas agregadas.
- b) Cuando la entidad demuestra hacer provisiones para las pérdidas esperadas, la carga de capital se obtiene restando las pérdidas esperadas del percentil α . Así que: $OpVaR(\alpha) = G_s^{-1}(\alpha) - E(s)$. El $OpVaR$, con α nivel de confianza α , significa el nivel de pérdidas por riesgo operativo que sólo es excedido con una probabilidad $1-\alpha$, en el horizonte de tiempo considerado.

2.1. Distribuciones de frecuencia y de severidad

Con respecto a la modelación de la frecuencia se debe seleccionar una variable aleatoria N que represente el número de eventos de riesgo por

periodo en la celda (i,j) considerada (frecuencia de los eventos), y que sigue una distribución de probabilidad $p(n)=P(N=n), n \in N \cup \{0\}$. En este caso, Cruz (2002), González (2004), Shevchenko (2006) y Marshall (2001) muestran que la distribución de Poisson se ajusta a muchas situaciones reales de riesgo operativo. Sin embargo, recomiendan considerar, además, otras alternativas como la binomial o la binomial negativa. En forma análoga argumentan Johnson *et al.* (1993) y Klugman, Panjer and Willmot (2004).

La siguiente etapa consiste en encontrar la distribución de probabilidad que mejor se ajuste a los datos observados de pérdidas operacionales desglosadas por su tipología para una determinada línea de negocio y evento de pérdida. Al respecto, Marshall (2001), Cruz (2002), González (2004), Venegas (2008), Shevchenko y Donnelly (2005) y Carrillo y Suárez (2004) proponen la distribución lognormal o la de Weibull como las más recomendables para modelar la severidad. En este punto se tendrá una variable aleatoria X , que denota el monto de la pérdida en la celda (i, j) de la matriz de pérdidas (severidad o impacto económico por evento), con función de densidad $f_X(x)$, y función de distribución $F_X(x)$, dada por $F_X(x)=P(X \leq x)$. Para intentar capturar potenciales eventos extremos, en algunos casos puede ser más adecuado escoger una distribución de cola pesada para representar esos posibles montos de pérdida.

Para las distribuciones de severidad, entre las distribuciones de cola pesada con soporte $(0, \infty)$; véase, Klugman *et al.* (2004). Las familias generalmente utilizadas en modelación de riesgo operativo son: la distribución log-normal, la distribución de valor extremo generalizada, la distribución generalizada de Pareto y la distribución de Weibull. Es comúnmente aceptado que las distribuciones Lognormal y Weibull se ajustan razonablemente a datos de pérdidas operacionales sobre una gran parte de los datos de riesgo operativo, pero tienen un desempeño relativamente débil en la cola, ya que las pérdidas operacionales tienden a tener colas más pesadas que esas distribuciones, por lo cual se pueden producir subestimaciones de grandes pérdidas. En contraste, la distribución de Pareto produce un buen ajuste en la cola, cuando existen suficientes datos para permitir este análisis, pero un ajuste débil en el cuerpo de la distribución. Klugman *et al.* (2004) desarrollan un análisis minucioso de aspectos estadísticos, pruebas de hipótesis y estimación de parámetros en el contexto de modelos de pérdidas.

2.2. Cuantificación de las pérdidas agregadas

En esta sección se plantean dos alternativas para cuantificar las pérdidas agregadas en una celda específica (i, j) de la matriz de pérdidas: el método de simulación Monte Carlo y el Algoritmo de Recursión de Panjer. Se hace la presentación formal de cada uno de los métodos, y se describen los pasos del algoritmo correspondiente. Los algoritmos son implementados en Matlab para diversas combinaciones de distribuciones de frecuencia y severidad y los códigos respectivos se exponen en Franco y Velásquez (2010).

2.2.1. Simulación Monte Carlo (SMC)

Mediante este enfoque se estima la distribución de pérdidas agregadas utilizando un número suficiente de escenarios hipotéticos, generados aleatoriamente a partir de las distribuciones de severidad y frecuencia. Entre los autores que plantean esta metodología están Chapelle, Crama, Hübner y Peters (2005) que utilizan el procedimiento de simulación Monte Carlo, modelando la distribución de frecuencias mediante una distribución de Poisson con parámetro igual al número de pérdidas observadas durante el periodo completo.

El procedimiento contempla los siguientes pasos:

1. Determinar la combinación línea/evento que se quiere simular.
2. Generar una muestra aleatoria de la distribución de frecuencias asumida.
3. Generar una muestra aleatoria de la distribución de severidad.
4. Generar la distribución de pérdidas agregadas.

2.2.1.1. Algoritmo de Simulación Monte Carlo (SMC)

A continuación se establece el algoritmo de simulación Monte Carlo

1. Generar un valor aleatorio n de la distribución de frecuencia.
2. Generar n valores aleatorios de la distribución de severidad. Denotar estas pérdidas simuladas por L_1, L_2, \dots, L_n .
3. Sumar las n pérdidas simuladas y obtener una pérdida para el periodo: $S = L_1 + L_2 + \dots + L_n$.

4. Retornar al paso 1, y repetir un número muy grande M de veces. Por lo tanto se obtienen S_1, S_2, \dots, S_M ,
5. Formar el histograma de S_1, S_2, \dots, S_M , que representará la distribución de pérdidas agregadas simuladas para el periodo.
6. Calcular el percentil 99.9% de la distribución de pérdidas agregadas simuladas.
7. Calcular la media de la distribución de pérdidas agregadas simuladas para el periodo. La pérdida esperada (EL) se calcula como la media de esas pérdidas agregadas simuladas.
8. La carga de capital por riesgo operativo, el $OpVaR$ (99.9%) será el percentil 99.9% de las pérdidas agregadas simuladas, o la diferencia entre ese percentil y la media de la distribución de pérdidas agregadas simuladas, cuando se manejan provisiones para las pérdidas esperadas.

2.2.2. Algoritmo de recursión de Panjer

Como se ha planteado, en el método de distribución de pérdidas (LDA) se construye la distribución de pérdidas agregadas a partir de dos distribuciones asociadas a cada celda (i, j) o combinación de evento de pérdida/ línea de negocio. Considere una variable aleatoria de conteo N con función de probabilidad $p(n) = P(N = n)$ que corresponde a la distribución de frecuencias de pérdidas. Además, una variable aleatoria continua X que representa el impacto o severidad de la pérdida, cuando ocurre el evento.

El algoritmo de Panjer está basado en el cálculo de la distribución compuesta mediante convoluciones, como se describe a continuación. Se utiliza el hecho de que la distribución de la suma de dos variables aleatorias continuas independientes puede ser calculada como una convolución. Las pérdidas agregadas estarán dadas por:

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N = \sum_{i=1}^N X_i \text{ y } X_i = 0, \text{ cuando } N = 0$$

Usualmente se hacen dos supuestos fundamentales:

- a) X_1, X_2, \dots son variables aleatorias idénticamente distribuidas.
- b) Las variables aleatorias N, X_1, X_2, \dots son independientes.

La expresión (2.3) es una suma aleatoria, y sus distribuciones componentes satisfacen los supuestos. Esas dos distribuciones (frecuencia y severidad) representan el núcleo del modelo LDA, y se utilizan para calcular la pérdida operacional agregada para la celda, en un horizonte temporal específico, generalmente un año. La distribución de probabilidad de las pérdidas agregadas, está dada por $G_S(x) = P(S \leq x)$, y se puede expresar como:

$$\begin{aligned} G_S(x) = P(s \leq x) &= \sum_{n=0}^{\infty} P\left(S \leq \frac{x}{N} = n\right) P(N = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq x) P(N = n) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Además

$$P(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq x) = F^* F^* \dots F(x) = F_x^{*n}(x)$$

donde $F_x^{*n}(x)$ es la n -ésima convolución de F , que es la función de distribución de X , y se tiene que:

$$F_Y^{*0}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

$$F_x^{*1}(x) = F_x(x) \text{ y } F_x^{*n}(x) = F_x^{*(n-1)}(x) * F_x(x) \quad (2.7)$$

Por lo tanto, la expresión (2.4) se transforma en:

$$G_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n) F_x^{*n}(x)$$

donde $F_X(x) = P(X \leq x)$ es la función de distribución común de las X . La distribución de S es llamada la distribución compuesta. Si X es una variable aleatoria continua con probabilidad cero para valores no positivos, la convolución se define recursivamente en la siguiente forma:

$$F_x^{*k}(x) = \int_0^x F_x^{*(k-1)}(x-y) f_x(y) dy, \text{ para } k = 2, 3 \quad (2.8)$$

Observa que para $k = 1$ la ecuación se reduce a $F_x^{*1}(x) = F_x(x)$. Después de diferenciar en (2.8) se obtiene la función de densidad:

Por lo tanto, si X es continua, entonces S tiene una función de densidad de probabilidad, que para $x > 0$, está dada por:

$$g_s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n) f_x^{*n}(x) \tag{2.10}$$

Si X tiene una distribución discreta, con probabilidades en $0,1,2,\dots$ se tendrá:

$F_x^{*k}(x) = \sum_{y=0}^{\infty} F_x^{*(k-1)}(x - y) f_y(y)$ para $x = 0,1,\dots$ y para $k = 2,3,\dots$, y la correspondiente función de probabilidad es:

$$f_x^{*k}(x) = \sum_{y=0}^{\infty} f_x^{*(k-1)}(x - y) f_y(y) \text{ para } x = 0,1 \dots k = 2,3 \dots$$

Si la distribución de severidad es discreta con función de probabilidad $p(x)=P(X=x)$, entonces la distribución de pérdidas agregadas también es discreta, y por analogía con lo anterior, la función de probabilidad de S se puede obtener directamente como:

$$g_s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P^{*n}(x) P(N=n) \tag{2.11}$$

donde $P^{*n}(x) = P(X_1 + X_2 + \dots + X_n = x)$ y $P^{*0}(x) = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$

En estas condiciones se tiene que $G_S(x)$ de la ecuación (2.4) se puede expresar como:

$$G_S(x) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P(n) F_x^{*n}(x)}{p_0}, & x > 0 \\ p_0, & x = 0 \end{cases} \tag{2.12}$$

donde $F_X(x)$ es la probabilidad de que la cantidad agregada de n pérdidas sea x ; es decir, la función de distribución de las X . La correspondiente función de densidad está dada por:

$$g_s(x) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P(n) f_x^{*n}(x)}{p_0}, & x > 0 \\ p_0, & x = 0 \end{cases} \tag{2.13}$$

Una de las alternativas para calcular $G_S(x)$ de la ecuación (2.12) o $g_s(x)$ de la ecuación (2.13) es el algoritmo de recursión de Panjer que se demuestra a continuación.

2.2.2.1. Teorema (Algoritmo) de Panjer

Para distribuciones compuestas donde la distribución de probabilidad para N , el número de eventos, satisface la condición: $\frac{P(N=n)}{P(N=n-1)} = a + \frac{b}{n}$, para $n = 1, 2, \dots$, y donde la distribución de severidad $f(i)$ está restringida a los enteros positivos, la función de probabilidad de las pérdidas agregadas cumple la siguiente fórmula recursiva:

$$g_s(x) = \sum_{i=1}^x \left[a + \frac{bi}{x} \right] f(i) g_s(x-i), \text{ para } x = 1, 2, 3, \dots, \text{ con valor inicial dado por } g_s(0) = P(N=0).$$

Las demostraciones detalladas de los teoremas planteados en esta sección se encuentran en Franco y Velásquez (2010).

2.2.2.2. Comentarios sobre el Algoritmo de Panjer

El algoritmo parte de una familia particular de distribuciones de frecuencias para el número de eventos, pertenecientes a la llamada Clase de Panjer $(a, b; 0)$, lo que significa que cumplen la siguiente fórmula de recurrencia:

$$P_n = \left(a + \frac{b}{n} \right) P_{n-1} \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

Donde a, b son constantes reales que determinan la distribución de probabilidad de la frecuencia y p_n es la probabilidad de que ocurran n eventos. Sundt y Jewell (1981) demostraron que las distribuciones de la clase de Panjer $(a, b; 0)$ son las distribuciones Poisson ($a = 0$), Binomial ($a < 0$), y la binomial negativa ($a > 0$). Como caso particular de la distribución binomial negativa también verificará la fórmula de recurrencia la distribución geométrica. En efecto, considerando la fórmula recursiva $\frac{P(N=n)}{P(N=n-1)} = a + \frac{b}{n}$, para $n = 1, 2, \dots$, se obtiene:

a) Distribución de Poisson con parámetro λ :

La función de probabilidad es $P(N=n) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$ Así que:

$$\frac{P(N=n)}{P(N=n-1)} = \frac{\lambda}{n}. \text{ Entoces, } a = 0 \text{ y } b = \lambda \text{ y la recursividad es:}$$

$$g_s(x) = \frac{\lambda}{x} \sum_{i=1}^x i f(i) g_s(x-i), \text{ con } g_s(0) = e^{-\lambda}$$

b) Distribución binomial negativa:
 Parámetros r y p :

La función de probabilidad es: $P(N=n) = \binom{n-1}{r-1} p^r (1-p)^{n-r}$. Por lo tanto

$$\frac{P(N=n)}{P(N=n-1)} = (1-p) \left[(n+r-1) \right] = (1-p) + \frac{(1-p)(r-1)}{n}$$

Así que, $a = (1-p)$ y $b = (1-p)(r-1)$, y la recursión es:

$$g_s(x) = (1-p) \sum_{i=1}^x (r-1) f(i) g_s(x-i), \text{ con } g_s(0) = p^r$$

c) Distribución binomial con parámetros m y p :

La función de probabilidad es:

$$P(N=n) = \binom{m}{n} p^n (1-p)^{m-n}$$

así que:

$$\frac{P(N=n)}{P(N=n-1)} = \frac{(m+1-n)}{n} \frac{p}{1-p} = \frac{-p}{1-p} + \frac{(m+1)p}{n(1-p)}$$

En consecuencia, $\alpha = \frac{-p}{1-p}$ y $b = \frac{(m+1)p}{(1-p)}$, y la recursión es:

$$g_s(x) = \frac{p}{1-p} \sum_{i=1}^x \left[(m+1) \frac{i}{x} - 1 \right] f(i) g_s(x-i), \text{ con } g_s(0) = p^r, \text{ con } g_s(0) = (1-p)^m.$$

Los valores de las constantes a , b , y los valores de inicio correspondientes para cada una de estas distribuciones se resumen en el cuadro 1.

CUADRO 1
 Constantes y valor inicial

Distribución	Constante a	Constante b	Valor inicial $p_0 = P(N=0)$
Poisson (λ)	0	λ	$e^{-\lambda}$
Binomial negativa (r, p)	$1-p$	$(r-1)(1-p)$	p^r
Binomial (m, p)	$-\frac{p}{1-p}$	$(m+1)\frac{p}{1-p}$	$(1-p)^m$

Fuente: elaboración propia.

El Algoritmo de Panjer (1981) también establece que si la función de probabilidad de la frecuencia puede ser escrita como: $p_n = \left(a + \frac{b}{n}\right)p_{n-1}, n = 1, 3, \dots$ donde p_n representa la probabilidad de que el número de eventos sea n , y a y b son constantes reales, y la distribución de severidad es continua, entonces para g_s , la función de densidad de las pérdidas agregadas S , se cumple que:

$$g_s(x) = P_1 f(x) + \int_0^x \left(a + \frac{by}{x}\right) f(y) g(x-y) dy, x > 0 \quad (2.15)$$

Si la distribución de severidad es discreta y definida en los enteros no negativos, la correspondiente fórmula de recurrencia es:

$$g_i = \sum_{j=1}^i \left(a + \frac{bj}{i}\right) f_j g_{i-j}, i = 1, 2, 3 \dots, \text{con } g_0 = p_0 \quad (2.16)$$

Para el caso especial de la distribución de Poisson, se tiene el siguiente resultado:

$$g_s(x) = \lambda e^{-\lambda} f(x) + \frac{\lambda}{x} \int_0^x y f(y) g(x-y) dy, x > 0 \quad (2.17)$$

Si además la distribución de severidad es discreta, la fórmula de recurrencia toma la siguiente forma:

$$g_s(x) = \frac{\lambda}{x} \sum_{i=1}^x i f(i) g_s(x-i) \quad (2.18)$$

En este caso, el algoritmo es aplicable para distribuciones de severidad discretas. Ello implica que la severidad, al ser una variable continua debe ser discretizada antes de aplicar dicho procedimiento, para lo cual se puede utilizar, por ejemplo, el método de redondeo.

Sin embargo, el principal inconveniente, en la práctica, radica en la complejidad al realizar las convoluciones. En forma análoga se definen las distribuciones de la clase de la clase de Panjer $(a, b; 1)$ como la familia de distribuciones que satisfacen la recursión:

$$P_n = \left(a + \frac{b}{n}\right) P_{n-1}, n = 2, 3, \dots \quad (2.19)$$

donde la única diferencia con la clase de Panjer $(a, b; 0)$ es el valor el valor de inicio de la recursión. En general, se definen las distribuciones pertenecientes a

la clase de Panjer (a, b, k) , con $a \in \mathbb{R}$, como aquellas que satisfacen esa recursión para $n \geq k + 1$, y $p_0 = p_1 = \dots = p_{k-1} = 0$. Todas ellas fueron identificadas por Sundt and Jewell (1981) para el caso $n \geq k + 1$, Willmot (1986) para el caso $k = 1$, y finalmente, por Hess *et al.* (2002), en general para $k \in \mathbb{N}_0$.

Si la distribución de frecuencias pertenece a la clase de Panjer (a, b, k) , y la distribución de severidades es discreta, entonces el procedimiento clásico para calcular la distribución de pérdidas agregadas S es aplicar la recursión de Panjer. Panjer y Wang (1993) mostraron que para distribuciones de severidad no degeneradas, la estabilidad numérica de la recursión de Panjer para una distribución de frecuencias de eventos de pérdidas operacionales perteneciente a la clase de Panjer (a, b, k) depende únicamente de los valores de a y b . Así que, como las distribuciones de Poisson, binomial y la binomial negativa, pertenecen a esta clase, el cálculo de las pérdidas agregadas, mediante el procedimiento descrito, es numéricamente estable.

3. APLICACIÓN AL SECTOR SALUD COLOMBIANO EN 2013

En el cuadro 2 se describe una serie de datos referentes a fallas en los procesos que derivaron en erogaciones económicas a los afectados por parte una EPS. La EPS en cuestión que opera a nivel nacional en Colombia tiene una provisión para cubrir dichos siniestros hasta por un monto de \$5 000 000 000 por mes. Esto se tuvo en cuenta en el ajuste de las distribuciones, como límites de truncamiento, por ser una condición de la EPS.

CUADRO 2
Fallas en los procesos de la EPS

Fallas ocurridas en el año 2013		
Mes	Frecuencia	Severidad (en \$)
1	2	757 050 000.00
2	14	375 086 947.66
3	3	2 519 931.64
4	1	-
5	18	396 834 962.36
6	7	245 199 532.60
7	8	890 490 800.51
8	7	1 173 069 981.20
9	5	458 350 000.00
10	10	1 933 904 447.04
11	13	1 617 834 046.79
12	19	1 759 386 142.62

Fuente: elaboración propia con el software Statgraphics.

Con base en la teoría planteada se realizan los ajustes distribucionales correspondientes para la frecuencia y la severidad mediante el *software Statgraphics*. Los resultados obtenidos se presentan en el cuadro 3.

CUADRO 3
Pruebas de bondad de ajuste para las frecuencias

Prueba de bondad de ajuste para frecuencias			
Prueba chi-cuadrada			
	Binomial	Binomial negativa	Poisson
Chi-Cuadrada	2.62	1.85	2.22
G.l.	2	2	2
Valor- <i>p</i>	0.27	0.40	0.33

Fuente: elaboración propia con el software Statgraphics.

En el cuadro 3 se observa que para cada una de las tres distribuciones de frecuencia. El valor-p es mayor a 0.05 indicando que cualesquiera de ellas se podría emplear para el cálculo del riesgo operacional. En el cuadro 4 se tienen las distribuciones ajustadas con sus respectivos parámetros.

CUADRO 4
Distribuciones ajustadas para las frecuencias

Distribuciones ajustadas		
Binomial	Binomial Negativa	Poisson
Probabilidad del evento = 0.0891667	Probabilidad del evento = 0.247113	Media = 8.91667
Número de ensayos = 100	Número de éxitos = 2.92664	

Fuente: elaboración propia con el software Statgraphics.

La distribución Poisson establece que en la EPS, el promedio aproximado es de nueve fallas por mes. En cuanto a la distribución binomial se encuentra que la probabilidad de ocurrencia de una falla se estima en 8.9%. En el cuadro 5 se presentan los resultados de las pruebas de bondad de ajuste para la distribución de severidad.

CUADRO 5
Pruebas de bondad de ajuste para la severidad.

Pruebas de bondad-de-ajuste para la severidad			
Prueba de Kolmogorov-Smirnov			
	Logística generalizada	Laplace	Normal
DMAS	0.16	0.12	0.19
DMENOS	0.15	0.17	0.14
DN	0.16	0.17	0.19
Valor-p	0.92	0.88	0.76

Fuente: elaboración propia con el software Statgraphics.

Para las tres distribuciones de severidad se tiene un valor-p mayor a 0.05. Por lo tanto, se podría emplear cualquiera de ellas para el cálculo del riesgo operacional. En el cuadro 6 se presentan las distribuciones ajustadas con sus respectivos parámetros estimados.

CUADRO 6
Distribuciones ajustadas para la severidad

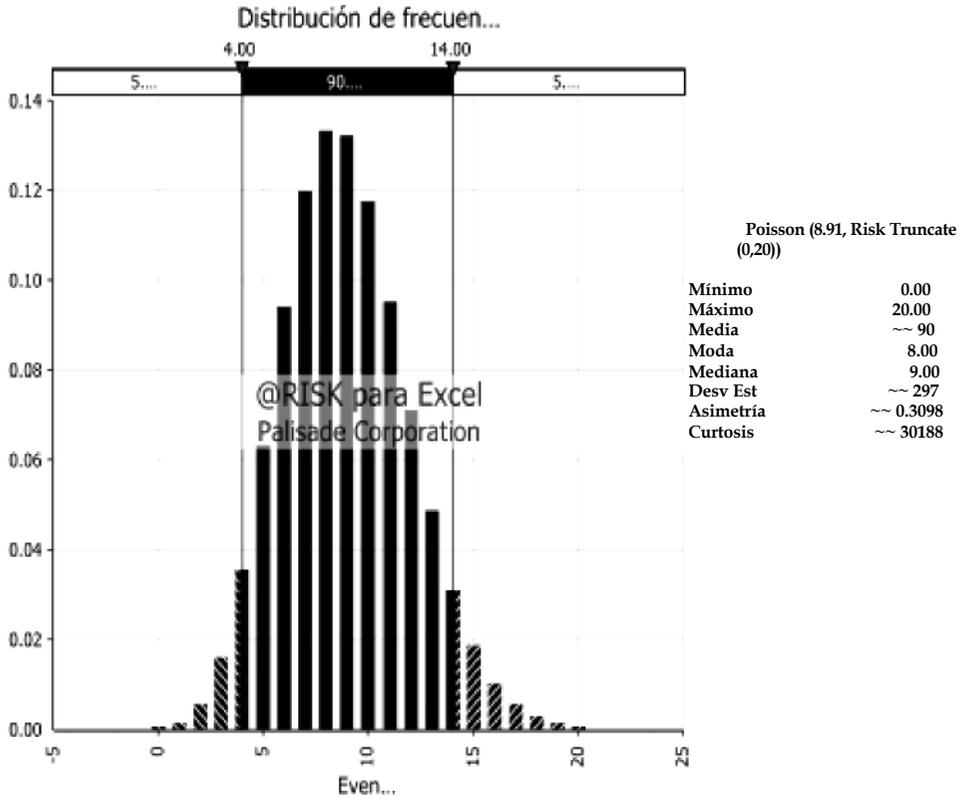
Distribuciones ajustadas		
Logística generalizada	Laplace	Normal
Localización = -9.93745E8 Media = 6.077E8 Media = 8.00811E8		
Escala = 4.98259E8	Escala = 1.8035E-9	Desviación estándar = 6.78757E8
Forma = 20.4464		

Fuente: elaboración propia con el software Statgraphics.

Se eligió la distribución normal, por ser usada más frecuentemente en la modelación del riesgo financiero. Esta distribución establece que el promedio de pagos causado por ese tipo de fallas está alrededor de 800 millones mensuales, con una desviación estándar aproximada de 678 millones, y un coeficiente de variación de 0.8475.

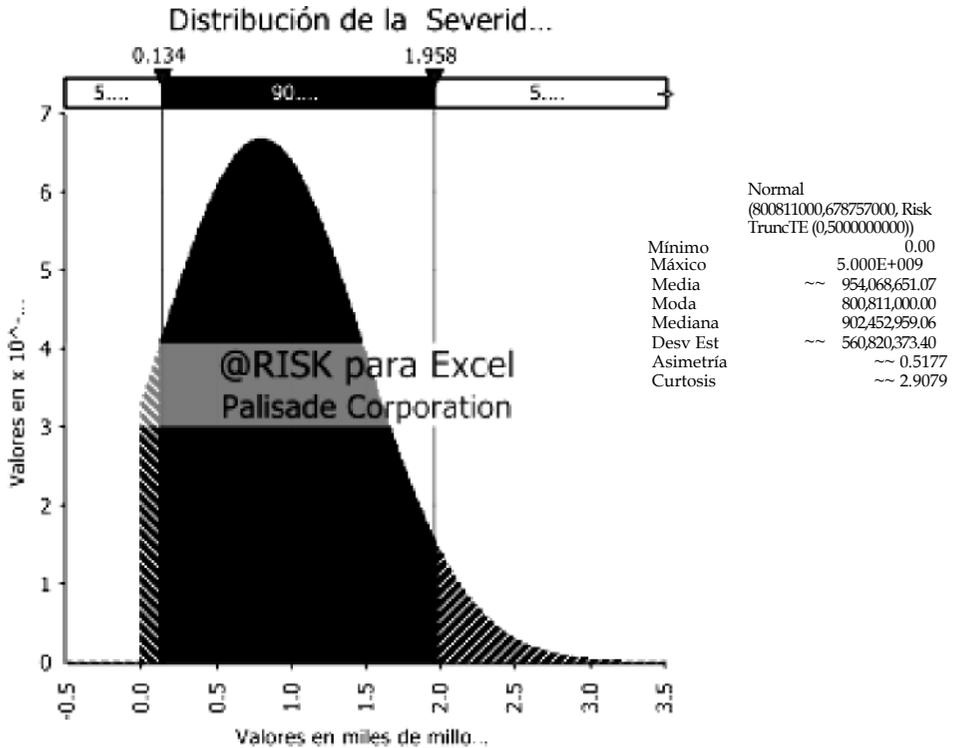
En la gráfica 1 se observa que el promedio es de 8.9 fallas por mes, con un número máximo de 20, una asimetría de 0.3098 y una curtosis de 3.0188. En la gráfica 2 se tiene la distribución ajustada para la severidad.

GRÁFICA 1
Distribución ajustada para la frecuencia



Fuente: elaboración propia utilizando @RISK para Excel.

GRÁFICA 2
Distribución ajustada para la severidad



Fuente: elaboración propia utilizando @RISK para excel.

En la distribución de severidad se encuentra una media de \$ 954 millones aproximadamente por mes y un truncamiento en 5 000 millones, como se explicó anteriormente.

En el cuadro 9 se aprecian los resultados del modelo, lo cual es la combinación de las distribuciones definidas en los cuadros 7 y 8. Esto corresponde a lo que normalmente se conoce como la convolución de las distribuciones de frecuencia y severidad.

CUADRO 7
Parámetros de la distribución ajustada para la severidad

	Distribución normal	Severidad
Media	8.01E+08	954 068 651.1
Desviación Estándar	6.79E+08	

Fuente: elaboración propia.

CUADRO 8
Parámetros de la distribución ajustada para la frecuencia

Distribución de Poisson	
Media	Frecuencia
9	9

Fuente: elaboración propia.

CUADRO 9
Resultados del modelo Monte Carlo ajustado para las pérdidas totales operacionales combinando frecuencia y severidad

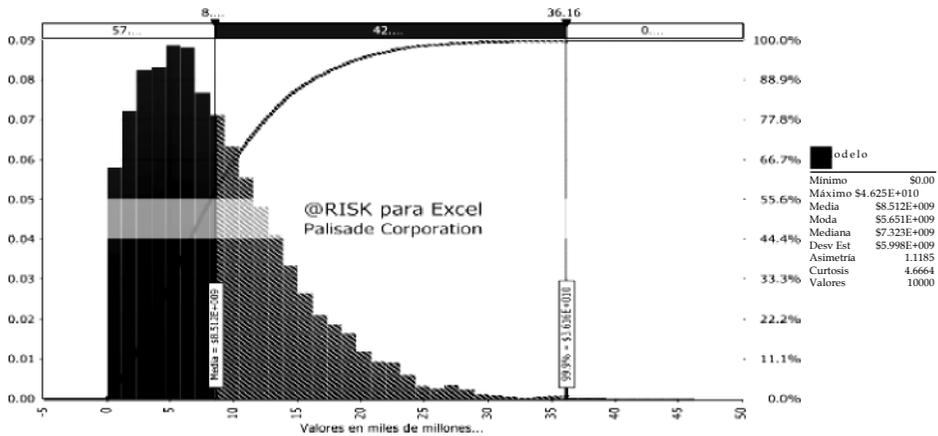
Pérdida esperada	\$ 8 511 747 108.50
VaR operacional	\$ 36 159 429 825.06
Pérdida inesperada	\$ 27 647 682 716.57

Fuente: elaboración propia.

Para este caso la pérdida esperada se estima en aproximadamente 8 511 millones por mes para el siguiente año. El VaR operacional, con un nivel de confianza del 99.9%, si la entidad no decide provisionar, se calcula en 36 159 millones por mes en el siguiente año. Por lo tanto, la pérdida inesperada corresponde aproximadamente a 27 647 millones por mes, lo que constituye la carga de capital según lo planteado por los estándares de Basilea, que están en correspondencia con la normatividad nacional para el sector salud.

La gráfica 3 corresponde a la distribución de pérdidas agregadas para los eventos de riesgo considerados. En ella se aprecian los estadísticos básicos de la distribución de pérdidas agregadas, que es utilizada para calcular el VaR operacional y la carga de capital asociada. También se aprecia una curtosis mayor a tres y una asimetría positiva, indicando la posible existencia de valores extremos no considerados en el estudio.

GRÁFICA 3
Distribución de pérdidas agregadas para los eventos de riesgo



Fuente: elaboración propia utilizando @RISK para Excel.

4. CONCLUSIONES

En la aplicación del sector salud se encuentran los siguientes aspectos:

1. Con respecto a la frecuencia, el número de eventos observados es alto para la EPS, lo que puede indicar ausencia de controles adecuados en la gestión de los riesgos. En este punto se debe tener en cuenta que un control más eficaz debe orientarse hacia la disminución de los valores promedios, lo cual incide directamente sobre la curtosis y la asimetría de la distribución de frecuencias, que tienen un impacto directo sobre las pérdidas agregadas.

2. Con respecto de la severidad que está asociada con los impactos económicos derivados de las fallas en el servicio de la EPS considerada se encuentra que de acuerdo a las distribución normal, el promedio de pérdidas mensual es de 954 068 651.07 millones, y su desviación estándar es de 560 820 373.4 millones por mes. En este caso el coeficiente de variación es 0.845, y su complemento es 0.155, lo que denominamos el indicador de confianza de la estimación. Mientras menor sea el coeficiente de variación mayor será el indicador de confianza, expresando mayor precisión en el pronóstico de las pérdidas esperadas. Es claro que un indicador de confianza negativo indicaría alta varianza y, por lo tanto, la necesidad de mejoras estructurales en los mecanismos de control de las severidades asociadas a las fallas de la EPS.

3. Las pérdidas agregadas estimadas para la EPS que se ilustran en la gráfica 3 muestran una pérdida esperada de \$ 8 511 747 108.50 por mes. Este valor obliga a la entidad a implementar controles eficientes tendientes a reducir gradualmente las pérdidas esperadas, lo cual la llevará a definir los límites de tolerancia frente al riesgo operacional. Estos límites están usualmente determinados en función de la desviación estándar de la distribución de pérdidas agregadas.

Como plantean Franco y Velásquez (2010) la gestión integral del riesgo financiero y, en particular, el riesgo operativo, se ha convertido en un gran reto para los investigadores y operadores en finanzas, ante los conocidos grandes desastres financieros de la crisis 2007-2010, varios de ellos atribuidos a causas operacionales. En los últimos años, y fundamentalmente desde el surgimiento de los Acuerdos de Basilea, que plantearon el requerimiento de incorporar el riesgo operativo en la relación de solvencia, y las resoluciones del Ministerio de Protección Social de Colombia, que reglamentan la inclusión de ese riesgo en el Sistema de Administración de Riesgos (SAR) han surgido diversas alternativas metodológicas para su cuantificación.

Si se sigue el estándar australiano AS/NZS 4360, sobre administración de riesgos, los elementos que componen un sistema de gestión de riesgos son: comunicación y consulta, contextualización, identificación, análisis, evaluación, tratamiento, monitoreo y revisión. Todas estas etapas siguen un proceso cíclico, y deben estar totalmente articuladas, y ninguna se puede

subestimar, ya que cualquier debilidad en una de ellas contagia inmediatamente las siguientes. Sin embargo, este artículo se centra, especialmente, sobre algunas posibilidades de cuantificación del riesgo operativo, en el sector salud en Colombia.

Una de las mayores dificultades para la implementación del SAR sigue siendo la falta de disponibilidad de bases de datos relativas a estos riesgos. Esa escasez de datos confiables, al parecer obedece a que ni las empresas ni las personas quieren tener registros históricos de sus errores, o en general, de sus riesgos operativos, y en caso de que por requerimientos normativos deben almacenarlos, no están dispuestos a compartirlos. Pero ante la convicción creciente de la necesidad de cuantificar ese riesgo, las entidades han iniciado serios procesos de recolección de datos, y se considera que con el transcurrir del tiempo será un proceso superado, y los modelos de medición avanzada AMA, entre los cuales se considera el LDA, tomarán plena vigencia y aplicación.

Otras posibilidades no consideradas en este artículo para cuantificar el riesgo operativo, pero conocidas en literatura respectiva, son la inferencia bayesiana y la transformada de Fourier. Referencias recientes que detallan los fundamentos de esas alternativas se pueden encontrar en Venegas (2008), Shevchenko (2011), y en Jin y Ren (2011). Venegas-Martínez (2008) describe la estimación bayesiana de la severidad de la pérdida, explica el caso bino-mial con densidad *a priori* uniforme, el caso binomial con m observaciones y densidad *a priori* uniforme, el caso binomial con densidad *a priori* beta, el caso binomial con m observaciones y densidad *a priori* beta, y el caso Pois-son con *a priori* Gamma.

No sólo la emergente regulación internacional en el campo financiero, y la consecuente normatividad nacional, que se ha reflejado en forma análoga para el sector de la salud, sino también y fundamentalmente, el propósito de mejorar continuamente el proceso de toma de decisiones en las instituciones, han motivado en los últimos años el interés por la investigación en el campo de riesgo financiero y, específicamente en la identificación, valoración, y gestión del riesgo operativo.

Hasta ahora, sigue siendo un gran reto la formulación de un modelo con una complejidad manejable, y con las características de completitud,

exactitud, y satisfacción de los estándares generales, cualitativos y cuantitativos planteados por los acuerdos de Basilea en el campo financiero, y los establecidos por las resoluciones análogas para el sector de la salud en Colombia. Eso puede explicar el porqué en 2013, según informe de la Superintendencia de Salud de Colombia, sólo 15 de las 24 EPS autorizadas, es decir el 62.5%, habían cumplido con la implementación de la fase iii del Sistema de Administración de Riesgos, indispensable para entrar a la fase definitiva de consolidación del SAR.

En esta investigación se han presentado formalmente algunas de las metodologías de medición avanzada, aplicables para cuantificar el riesgo operativo. Como ninguna de ellas parece ser consistentemente superior a las otras, es recomendable modelar, en forma adecuada y continua, tanto la frecuencia como la severidad, considerando los requerimientos de Basilea, y las adaptaciones correspondientes al sector salud establecidas por las resoluciones respectivas, y a partir de ellas estimar la distribución de las pérdidas globales, utilizando varias metodologías que sean continuamente validadas y comparadas mediante rigurosas pruebas de desempeño si se quiere tener una visión más acertada e integral de las pérdidas potenciales, generadas por riesgo operativo en cada entidad.

REFERENCIAS

- Bühlmann, H. (1970). *Mathematical Methods in Risk Theory*. Springer-Verlag, Carrillo, S. y A. Suárez. (2004). "Medición Efectiva del Riesgo Operacional", pp. 61-90, *Estabilidad Financiera*, núm. 11, pp. 210.
- Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (2006). *Convergencia Internacional de Medidas y Normas de Capital*. Basilea: BIS, pp. 370.
- Cruz, M. (2002). *Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk*. New York: John Wiley & Sons, pp. 346
- Chapelle, A. Y. Crama, G. Hubner, and J. Peters (2005). *Measuring and Managing Operational Risk in the Financial Sector: An Integrated Framework, Technical report, national Bank of Belgium*, pp. 32

- Estándar Australiano de Administración del Riesgo AS/NZS 4360:2004.
- Frachot, A.; P. Georges y T. Roncalli (2001). *Loss Distribution Approach for Operational Risk*. (Documento de trabajo, Credit Lyonnais), pp. 43
- Frachot, A.; Moudoulaud O., Olivier y T. Roncalli (2003). *Loss Distribution Approach in Practice*. Paris: Credit Lyonnais, pp. 8.
- Frachot, A.; T. Roncalli y E. Salomon (2004). *The Correlation Problem in Operational Risk*. (Documento de trabajo), pp. 50-62.
- Franco. L. C.; E. Velásquez (2010). "Alternativas Fundamentales para Cuantificar el Riesgo Operacional". *Revista Ecos de Economía*. Universidad EAFIT, núm. 30. Año 14, pp. 37-53.
- González, M. (2004). *Análisis del Nuevo Acuerdo de Capitales de Basilea (BIS-II): Pyme-Risk, Country-Risk y Operational-Risk* (Documento de trabajo), pp. 1-22.
- Hess, K. Th.; A. Liewald, y K. D. Schmidt (2002). An extension of Panjer's recursion, *ASTIN Bulletin*. 32, No. 2, pp. 283-297.
- Johnson, N. L.; S. Kotz and A. W. Kemp (1993). *Univariate Discrete Distributions*, 2nd. ed. Wiley, New York, pp. 204.
- Jin, T. y Ren, Jiandong (2011). "Recursions and fast Fourier transforms for certain bivariate compound distributions". *The Journal of Operational Risk*, vol. 5, No. 4, pp. 19-33.
- Klugman, S.; H. Panjer and G. Willmot (2004). *Loss Models-From Data to Decisions*. Wiley, Hoboken, New Jersey, pp. 360.
- Marshall, C. L. (2001). *Measuring and Managing Operational Risk in Financial Institutions*. Singapur: John Wiley & Sons, pp. 608.
- Martínez-Sánchez, J. F. y F. Venegas-Martínez (2012). Una propuesta para medir dinámica y coherentemente el riesgo operacional. *Panorama económico*, vol. 8, núm. 15, pp. 101-115.
- Martínez-Sánchez, J. F. y F. Venegas-Martínez (2013). "Riesgo operacional en el proceso de pago del PROCAMPO: un enfoque Bayesiano". *Revista Contaduría y Administración*, vol. 58, núm. 2, pp. 221-259.
- _____(2013). "Riesgo operacional en la banca trasnacional: un enfoque Bayesiano". *Ensayos Revista de Economía*, vol. 32, núm. 1, pp. 31-72.
- _____(2013). "Riesgo operacional en el proceso de liquidación del mercado mexicano de valores: un enfoque Bayesiano". *Investigación Económica*, vol. 72, núm. 286, pp. 101-138.
- Ministerio de Protección Social. Colombia. "Anexo Técnico de la Resolución 1446 de 2006". *Diario Oficial*. Mayo, 2006, pp. 88.
- Ministerio de Protección Social. Colombia. "Resolución 1740 de 2008". *Diario Oficial*. mayo, 2008, pp. 18.

- Ministerio de Protección Social. Colombia. "Resolución 2094 de 2010". *Diario Oficial*, diciembre 2010, pp. 7.
- Ministerio de Protección Social. "Colombia. Circular 0082 de 2010". *Diario Oficial*, diciembre 2010, pp. 3.
- Ministerio de Protección Social. Colombia. "Circular 0045 de 2011". *Diario Oficial*, agosto 2011, pp. 4.
- Panjer, Harry H. (1981). "Recursive evaluation of a family of compound distributions". *ASTIN Bulletin*, vol. 12, núm. 1, pp. 22-26.
- Panjer, H. H. y S. Wang. (1993). "On the stability of recursive formulas", *ASTIN Bulletin*, vol. 23, No. 2, pp. 227-258.
- Reina, M.; S. Angulo, A. Segura y A. Trujillo (2010). "Elementos para la Gestión de Riesgos en las Entidades Promotoras de Salud del Régimen Contributivo en Colombia". *Revista CES MEDICINA*, vol. 24, núm.1 enero-junio, pp. 19-35.
- Shevchenko, P. y J. Donnelly (2005). "Validation of the Operational Risk LDA Model for Capital Allocation and AMA Accreditation under Basel II. CMIS Confidential report prepared for Basel II programmed ANZ bank". CMIS report number 05/132.
- Shevchenko, P. (2006). "Implementing Basel II Loss Distribution Approach for Operational Risk. Preprint, CSIRO". Call number CMIS 2794, pp. 277-307.
- _____(2011). *Modelling Operational Risk Using Bayesian Inference*. Springer, pp. 302.
- Sundt, B. y W. S. Jewell (1981). "Further results on recursive evaluation of compound distributions", *ASTIN Bulletin*, vol. 12, No. 1, pp. 27-39.
- Venegas-Martínez, F. (2008). *Riesgos financieros y económicos*. 2da. ed. Cengage Learning, México, pp. 1139.
- _____(2006). "Riesgo operacional: Un enfoque Bayesiano". *Revista de Estadística, Econometría y Finanzas Aplicadas*, vol. 4, No. 6, pp. 181-193.
- Willmot, G. E. (1986). "Mixed compound Poisson Distributions", *ASTIN Bulletin*, vol. 16, No. 2, pp. 59-76.