



DEPENDENCIA DE LARGO PLAZO EN LOS RENDIMIENTOS DE ACCIONES MEXICANAS SELECTAS

Agustín Ignacio Caberra Llanos*
Samantha Sofía López Gil**
Francisco López Herrera***

(Recibido: Septiembre 2011 / Aprobado: Febrero 2012)

Resumen

Este artículo muestra los resultados del análisis de los rendimientos de cinco acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y un *tracker* que son activos subyacentes de opciones que se comercian en el mercado mexicano de opciones. El objetivo del análisis es encontrar evidencia de la presencia de dependencia de largo plazo o memoria larga en dichos rendimientos y en *proxies* de las volatilidades de los mismos, mediante diversas pruebas estadísticas que han sido comúnmente utilizadas para este propósito. De acuerdo con los resultados del análisis efectuado, se encuentra evidencia estadísticamente significativa acerca de la presencia de dependencia de largo plazo (memoria larga), tanto en los rendimientos como en los *proxies* de sus volatilidades, para todos los activos sujetos al análisis.

Palabras clave: Dependencia de largo plazo, memoria larga, coeficiente (exponente) de Hurst, rendimientos accionarios, volatilidad

Clasificación JEL: G10, G12, G14

* Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología, Instituto Politécnico Nacional. Correo electrónico: <aicllbuda@yahoo.com>.

** Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional. Correo electrónico: <lgsamantha@hotmail.com>.

*** División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, Universidad Nacional Autónoma de México. Correo electrónico: <francisco_lopez_herrera@yahoo.com>.

Abstract

This paper shows the results of the analysis of the returns of five shares quoted in the Bolsa Mexicana de Valores and a *tracker* that are underlying assets of options traded in the Mexican options market. The objective of the analysis is to find evidence of the presence of long run dependence or long memory in such returns and in *proxies* of their volatilities by means of statistical tests commonly used for this purpose. Accordingly with the results of the analysis carried out, statistically significant evidence about long run dependence (long memory) is found, both in the returns and the *proxies* of their volatilities, for all assets subject to analysis.

Keywords: Long run dependence, long memory, Hurst coefficient (exponent), stock returns, volatility

JEL Classification: G10, G12, G14

1. Introducción

La primera evidencia sobre la presencia de procesos estocásticos con dependencia de largo plazo entre los valores observados de series de tiempo fue proporcionada por el hidrólogo británico Harold Edwin Hurst, quien llevó a cabo su trabajo de investigación como consecuencia de sus observaciones sobre el comportamiento de los niveles del agua contenida por la Presa Aswan del Río Nilo, luego de estudiar la capacidad del almacenaje de largo plazo de dicha presa. En Hurst (1951) se presentaron los resultados del estudio de 690 series de tiempo de variables geofísicas tales como temperatura, precipitación pluvial y el número de manchas solares. Los resultados del análisis empírico mostraron que en la mayor parte de las series existía un efecto de dependencia de largo plazo, o memoria larga, el cual fue bautizado como el *efecto Hurst*, en honor de su descubridor. De acuerdo con Mesa y Poveda (1993), el *efecto Hurst* se constituyó en uno de los principales problemas de la hidrología estocástica, motivando la publicación de una cantidad considerable de artículos de investigación al respecto.

El impacto de los hallazgos de Hurst no sólo alcanzó el campo de los hidrólogos, sino que se extendió a otros campos de estudio y sirvió de inspiración para el trabajo de otros investigadores de distintas áreas del

conocimiento. Por ejemplo, Mandelbrot (1982) declaró que la investigación que él llevó a cabo en relación con el *efecto Hurst* fue una de las fuentes que le inspiraron en el desarrollo de su Teoría de los Fractales, la cual por su importancia es, a su vez, una de las piedras angulares de la Teoría del Caos.

Como se ha señalado con anterioridad, la motivación original del trabajo llevado a cabo por Hurst fue un problema relacionado con el diseño de una presa. Sin embargo, en investigaciones efectuadas posteriormente, por ejemplo Klemès *et al.* (1981), se encontró que a pesar del gran revuelo inicial que los hallazgos de Hurst habían causado en el campo de la hidrología, el *efecto Hurst* era relevante únicamente para unos cuantos casos. A pesar de esos resultados, el interés por dicho efecto no menguó del todo pues el uso de distintos modelos hidrológicos tiene implicaciones económicas, de igual forma que las tiene el cómo se modele la persistencia.

En el análisis de series de tiempo se ha encontrado la presencia de procesos de dependencia de largo plazo en campos diferentes a la hidrología, como son por ejemplo la economía financiera, el análisis de series macroeconómicas y del tráfico de redes, entre otros. Las series en las cuales se encuentra presente la dependencia de largo plazo, asociada con la memoria larga, se pueden caracterizar por valores altos en las autocorrelaciones (autocovarianzas) entre observaciones cuya distancia en el tiempo es relativamente grande. El patrón del decaimiento de las autocorrelaciones en una serie de tiempo con dependencia o memoria de largo plazo es hiperbólico, no geométrico o exponencial como en el caso de las series que pueden caracterizarse mediante procesos de memoria corta, por ejemplo los modelos ARMA estacionarios. Dicho en otras palabras, las autocorrelaciones entre los valores de las observaciones de las series en las que sólo existe dependencia de corto plazo, es decir series con memoria corta, decaen hacia cero en forma rápida conforme se incrementa la distancia en el tiempo. Por su parte, la fuerte asociación entre las observaciones en series con memoria larga, a pesar de encontrarse distantes en el tiempo, produce un decaimiento más lento en el transcurso del tiempo.

Desde la perspectiva teórica de la economía financiera, es importante destacar que la presencia de memoria larga o de dependencia de largo plazo en los rendimientos de los activos financieros no es consistente con la famosa hipótesis de los mercados eficientes. En caso de la existencia de memoria larga, conocida también como “caminata aleatoria sesgada”, implica la existencia de una dependencia no lineal en el primer momento

de la distribución y, por lo tanto, existe un componente de predecibilidad en la dinámica de la serie. La dependencia estadística persistente en el largo plazo también implica que los cambios de precios no sigan un proceso de martingala y tengan varianza infinita. Por lo anterior se desprende que, la presencia de ese fenómeno tiene también implicaciones trascendentes para la valuación de activos con base en el supuesto de que el proceso estocástico que rige la dinámica del movimiento de los precios de los activos puede ser descrito de manera adecuada por el movimiento browniano.

En forma particular debe considerarse que, la evidencia sobre la existencia de memoria larga en los rendimientos accionarios implica que las realizaciones de esas series no son independientes en el tiempo, por lo que los rendimientos que se han observado en un pasado relativamente distante podrían ser útiles para pronosticar los rendimientos futuros, abriendo así la puerta a la posibilidad de obtener rendimientos especulativos. Es decir, la dependencia de largo plazo o memoria larga podría presentar una contradicción a la forma débil de la hipótesis de los mercados eficientes, según la cual los rendimientos futuros de los activos no son predecibles si se condicionan a los rendimientos históricos, pues se supone que la distribución probabilística de estos rendimientos es idéntica e independiente del momento del tiempo en que se observe.

Los procesos que muestran dependencia de largo plazo también han recibido especial atención en la literatura financiera puesto que su existencia en los rendimientos de los activos tiene consecuencias de suma importancia práctica, como lo son las decisiones de inversión de portafolio, la valuación de activos y el diseño de estrategias para la cobertura de los riesgos asociados. Greene y Fielitz (1979) muestran que, si la memoria larga se encuentra presente en los rendimientos accionarios puede afectar a los modelos financieros del riesgo y rendimiento pues, en su presencia, tanto la clasificación de las acciones y de los portafolios de acuerdo con su nivel de riesgo, como los portafolios eficientes en riesgo-rendimiento, tienden a variar cuando los rendimientos se miden en diferentes frecuencias temporales. En Islas y Venegas-Martínez (2003) se muestran los efectos que la memoria larga puede tener para la cobertura con opciones europeas de compra en el mercado mexicano.

En este trabajo se analizan tanto los rendimientos de cinco acciones que cotizan en el mercado bursátil mexicano como un *tracker*, extendiendo el análisis a *proxies* de las volatilidades de los rendimientos de esos activos

financieros. El objetivo perseguido es verificar si existe evidencia de que en los procesos estocásticos de esos rendimientos hay presencia de dependencia de largo plazo o memoria larga. Por una parte es importante estudiar las series de rendimientos de estos activos pues, el análisis en sí mismo puede proporcionar un mayor conocimiento de sus características y contribuir a una mejor comprensión del funcionamiento del mercado mexicano de capitales. Además, también es importante este estudio sobre la memoria larga de las cinco acciones y el *tracker* bajo estudio, toda vez que son activos subyacentes para opciones que se comercian en el mercado mexicano de ese tipo de derivados financieros.

Con base en el objetivo que se persigue, el presente trabajo está organizado de la manera que se describe a continuación. Después de esta introducción, en la sección uno se presenta la revisión de literatura relevante sobre la dependencia de largo plazo en los rendimientos y volatilidades de los rendimientos financieros. Posteriormente, en la sección dos se presentan los elementos metodológicos en los que se sustenta el análisis, cuyos resultados se muestran y discuten en la sección tres de. La última sección está dedicada a las conclusiones.

2. Revisión de literatura

Al mostrar que para la existencia del arbitraje perfecto se requiere que la dependencia estadística entre los precios decrezca rápidamente a medida que se incrementa la distancia temporal, Mandelbrot (1971) estuvo entre los primeros que tomaron en cuenta la posibilidad de que en los rendimientos de los activos financieros se encontrasen presentes procesos de dependencia de largo plazo o memoria larga que pudiese impedir el arbitraje perfecto de los precios accionarios. Posteriormente, Greene y Fielitz (1977) proporcionaron apoyo empírico al planteamiento establecido por Mandelbrot, pues al estudiar los rendimientos diarios de 200 acciones negociadas en la bolsa estadounidense encontraron evidencia de que los rendimientos de varias de las acciones bajo estudio se caracterizaban por la dependencia de largo plazo.

Aunque Lo (1991) pone en duda la existencia de memoria larga en el mercado estadounidense, pues no encuentra evidencia de su presencia en los rendimientos accionarios diarios, otros estudios como los de Peters

(1992, 1994) y Goetzmann (1993) muestran evidencia de su presencia en esos mercados. Por su parte, Teverovsky, Taqqu y Willinger (1999) muestran que la prueba de Lo (1991) está sesgada al rechazo de dependencia de largo plazo aunque en los datos ésta sea el único tipo de dependencia presente.

Otros estudios que se han llevado a cabo en mercados accionarios desarrollados han proporcionado evidencia no concluyente sobre la existencia de memoria larga en los rendimientos accionarios. Los resultados de Aydogan y Booth (1988) les llevaron a la conclusión de que no había evidencia estadísticamente significativa sobre la presencia de memoria larga en los rendimientos accionarios. El estudio de Mills (1993) ofrece evidencia débil de su presencia en el mercado bursátil del Reino Unido. Crato (1994) encuentra evidencia únicamente para el caso del mercado accionario alemán pero no para los índices accionarios de los demás países del G-7. Cheung y Lai (1995) en su estudio sobre diversos mercados del mundo también encuentran alguna evidencia sobre la existencia de memoria larga. Barkoulas y Baum (1996) muestran pruebas significativas de la presencia de memoria larga únicamente en algunas acciones integrantes del Índice Industrial Dow Jones. Lux (1996) no encontró evidencia de memoria larga en los rendimientos del índice DAX, sin embargo sí encuentra evidencia de dependencia de largo plazo en la volatilidad en los rendimientos de ese índice del mercado alemán. Por su parte, Hiemstra y Jones (1997) encuentran poca evidencia de memoria larga en su estudio sobre acciones individuales de la bolsa estadounidense. Lobato y Savin (1997) tampoco encuentran evidencia sobre la presencia de memoria larga en esa bolsa, pero sí la encuentran para los cuadrados de los rendimientos.

La investigación sobre la presencia de memoria larga se ha extendido de manera más o menos profusa a diferentes mercados accionarios, incluyendo incluso mercados más pequeños entre los cuales se encuentran los llamados mercados emergentes. Madhusoodanan (1998) encuentra evidencia débil de dependencia de largo plazo al estudiar el comportamiento de índices bursátiles de la India y también acciones de ese país. Barkoulas, Baum y Travlos (2000) encuentran evidencia sobre la existencia de dependencia positiva de largo plazo en los rendimientos del mercado accionario de Atenas. McKenzie (2001) identificó la presencia de memoria larga en el mercado accionario de Australia. Henry (2002) estudió la memoria larga en los rendimientos accionarios, también desde una perspectiva de mercados accionarios internacionales y tampoco encontró evidencia de ella en los mercados de Australia, Estados Unidos, Hong Kong, Reino Unido y Singapur.

No obstante, Henry encontró evidencias de memoria larga en los mercados accionarios de Alemania, Corea del Sur, Japón y Taiwan. En Cajueiro y Tabak (2004) se muestra evidencia de dependencia de largo plazo en las bolsas de valores de China, Singapur y Taiwan. Por su parte, Tolvi (2003) estudia los rendimientos diarios de tres índices generales, tres índices por industria y 40 acciones del mercado bursátil finlandés, encontrando evidencia de memoria larga en muchos de los casos. Chang y Kim (2004), detectaron memoria larga en los rendimientos semanales y diarios del mercado accionario coreano y Yoon y Kang (2008) ofrecen nuevamente evidencia de memoria larga en los rendimientos diarios de ese mercado.

A partir del estudio de Ding, Granger y Engle (1993), quienes encuentran indicios de memoria larga en la volatilidad de los rendimientos del índice SP500, la evidencia sobre memoria larga en las volatilidades de los rendimientos ha sido mucho más consistente, señalando su presencia en forma significativa en diferentes mercados en los que se ha llevado a cabo investigación. Islas y Venegas-Martínez (2003) muestran evidencia de la presencia de memoria larga en la volatilidad del mercado accionario mexicano. Venegas-Martínez e Islas (2005) examinan también varios mercados accionarios encontrando evidencia de memoria larga en las volatilidades de los índices bursátiles de Argentina, Brasil, Chile, México y Estados Unidos. Kasman y Torun (2007), en su estudio sobre el mercado accionario turco, documentan evidencia sobre memoria larga tanto en los rendimientos diarios como en su volatilidad. Quan *et al.* (2008) sugiere presencia de memoria larga en la volatilidad del mercado accionario chino. Los resultados de Conrad (2007) muestran efectos significativos de memoria larga en la volatilidad de los rendimientos de la Bolsa de Valores de Nueva York. De forma similar, Wen (2008) encuentra la presencia de memoria larga cuando estudia el comportamiento de la volatilidad de la bolsa de Malasia.

En estudios recientes relacionados con la presencia de memoria larga en el mercado accionario mexicano se ha encontrado evidencia de memoria larga. Por ejemplo, se puede señalar entre otros a López, Venegas y Sánchez (2009) y López, Villagómez y Venegas (2011), en los cuales se muestra evidencia de presencia significativa de memoria larga tanto en los rendimientos del IPC como en las volatilidades de dichos rendimientos. Sin embargo, es conveniente señalar que los resultados de Sierra (2010) sugieren que no existe memoria larga en los rendimientos del IPC pero sí en sus volatilidades. En López, Villagómez y Venegas (2009) se encuentra evidencia de memoria larga en los rendimientos

de algunas acciones mexicanas pero no en otras, en tanto que en todos los casos se encuentra evidencia significativa de memoria larga en las volatilidades de dichos rendimientos. En los resultados de Villagómez (2010) se observa que los rendimientos y volatilidades de algunas acciones mexicanas de la muestra estudiada exhiben presencia de memoria larga en tanto que otras no.

3. Aspectos metodológicos

En el trabajo de Hurst (1951) antes mencionado se propuso el análisis del rango reescalado, actualmente conocido simplemente como análisis R/S , para detectar la presencia de memoria larga o dependencia de largo plazo. Posteriormente esta prueba fue reconsiderada y reformulada por Mandelbrot y Wallis (1969). El objetivo del análisis del rango reescalado es estimar el parámetro H , comúnmente conocido como coeficiente o exponente de Hurst en honor del célebre hidrólogo inglés. La importancia de dicho parámetro radica en que da cuenta de la (in)dependencia de una serie.

Si $H = 0.5$ se tiene una serie aleatoria y las observaciones no están correlacionadas, lo que corresponde al comportamiento esperado de un movimiento browniano. Cuando se tiene que $0 < H < 0.5$, entonces en las series se observa un comportamiento que puede caracterizarse como antipersistente, pues presentan correlaciones con valores positivos y negativos alternados produciendo un comportamiento al que comúnmente se le denomina reversión de la media. La característica de este tipo de series es que, si el sistema ha estado arriba en el periodo anterior es más probable que esté abajo en el siguiente y viceversa. Finalmente, si $0.5 < H < 1$ entonces la serie es persistente en el sentido de que refuerza su tendencia puesto que las observaciones están correlacionadas de manera positiva (con correlación más alta mientras más cercano a la unidad se encuentre el valor de H) y se tiene entonces series que exhiben dependencia de largo plazo o memoria larga.

Para estimar el coeficiente de Hurst antes se calcula el rango reescalado. Entonces, primero se divide la serie de tiempo de tamaño T , en V intervalos de longitud n , es decir $Vn = T$. A cada intervalo se le denomina I_v con $v = 1, 2, \dots, V$. Cada elemento del intervalo se llama $T_{k,v}$ con $k = 1, 2, \dots, n$. Se calcula la media de los elementos de cada subintervalo de longitud n obteniendo así v medias calculadas; según: $m_v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{k,v}$.

Enseguida se calculan las desviaciones acumuladas respecto a la media para cada subintervalo, es decir: $X_{k,v} = \sum_{i=1}^k (T_{i,v} - M_v)$ para $k = 1, 2, \dots, n$. Después se define el rango para cada subintervalo $R_{I,v}$ como la diferencia entre el valor máximo y mínimo de $X_{k,v}$: $R_{I,v} = \max(X_{k,v}) - \min(X_{k,v})$.

Se calcula la desviación típica muestral para cada subintervalo I_v :

$$S_{I_v} = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (T_{k,v} - m_v)^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Se divide cada rango por la desviación típica y se obtiene el rango reescalado R/S para cada intervalo. Se calcula ahora el valor medio de R/S para los intervalos de longitud n : $(R/S)_n = \frac{1}{V} \sum_v^T (R_{I,v} / S_{I,v})$.

Se aumenta la longitud del intervalo hasta el siguiente valor que verifique que N/n sea un número entero y se repite todo el proceso desde el paso número uno para todos los valores posibles de n . Al dividir cada valor del rango entre su desviación estándar, se obtiene el rango reescalado R/S , el cual mantiene la siguiente relación con el coeficiente de Hurst: $R/S = an^H$, donde R/S es el rango que corresponde a una escala seleccionada, a es una constante de proporcionalidad, n es el número de observaciones o tamaño de la escala. Al tomar logaritmos se obtiene $\ln(R/S) = \ln(a) + H \ln(n)$ y entonces se puede estimar el coeficiente de Hurst mediante una regresión.

La función de autocorrelación $\gamma(k)$ de una serie estacionaria con memoria larga se comporta asintóticamente como $\gamma(k) \sim ck^{2d-1}$, para la cual $d < 0.5$. En este caso, d mide el grado de intensidad de la memoria larga. Es conveniente señalar que entre el coeficiente H y el parámetro d existe la relación: $H = d + 1/2$. Cuando d es igual a cero se tiene una serie estacionaria, definida en el léxico de las series de tiempo como una serie con grado de integración igual a cero o simplemente $I(0)$.

Geweke y Porter-Hudak (1983), en lo sucesivo GPH, proponen la estimación del parámetro de memoria larga, d , mediante la regresión:

$$\log \left(\sum_{j=1}^J I(\omega_{k+j-J}) \right) = c + d \left(-2 \log \sin \left(\frac{\omega_k}{2} \right) \right) + U_k^J$$

$$k = L + J, L + 2J, \dots, M$$

donde $I(\omega_j)$ es el j -ésimo punto del periodograma y $\omega_j = 2\pi j / T$. El valor de J es fijo y L y M deben divergir con el tamaño de la muestra.

Otra alternativa para estimar el parámetro de memoria larga es el estimador local gaussiano de Whittle, el cual consiste en maximizar la función:

$$L_T(d) = 2d \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \log \omega_j - \log \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \omega_j^{2d} I(\omega_j) \right)$$

donde $\omega_j = 2\pi j / T$ al igual que en el caso del estimador de GPH.¹

4. Análisis empírico

Las series analizadas son las de las acciones AMXL, CEMEXCPO, GMEXICOB, TLEVISA CPO y WALMEX, así como la del NAFTA02, *tracking* que fue emitido en abril de 2002 por Nacional Financiera para reproducir el comportamiento del IPC. Los datos de los precios diarios se obtuvieron de la página web de Yahoo México, Finanzas. Todas las series de precios, exceptuando la de NAFTRAC02, van del tres de enero de 2000 hasta el seis de octubre de 2011. Los precios de NAFTRAC02 van del 17 de abril de 2002 a la misma fecha que las otras series. En la Figura 1 se muestran las series.

Con los precios de las series se estimaron los rendimientos logarítmicos $r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$. En la Tabla 1 se puede observar que los rendimientos de los activos analizados muestran, como es de esperarse, alejamientos de la normalidad como lo evidencian sus sesgos y niveles altos de curtosis.

En la Tabla 2 se observan los resultados de las estimaciones del coeficiente de Hurst, los valores esperados de dicho coeficiente y el valor de la prueba z que resulta de la prueba de Anis y Lloyd (1976) que se llevó a cabo bajo la hipótesis nula de que las series son ruidos blancos gaussianos ($H = 0.5$). Esta prueba se construye estimando primero el valor esperado de R/S :

$$\mathbf{E}[(R/S)_n] = \left(\frac{n - \frac{1}{2}}{n} \right) \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{2} \right)^{1/2} \sum_{r=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-r}{r}}$$

¹ Al respecto se puede consultar a Robinson (1995), por ejemplo.

FIGURA 1
Precios de los activos

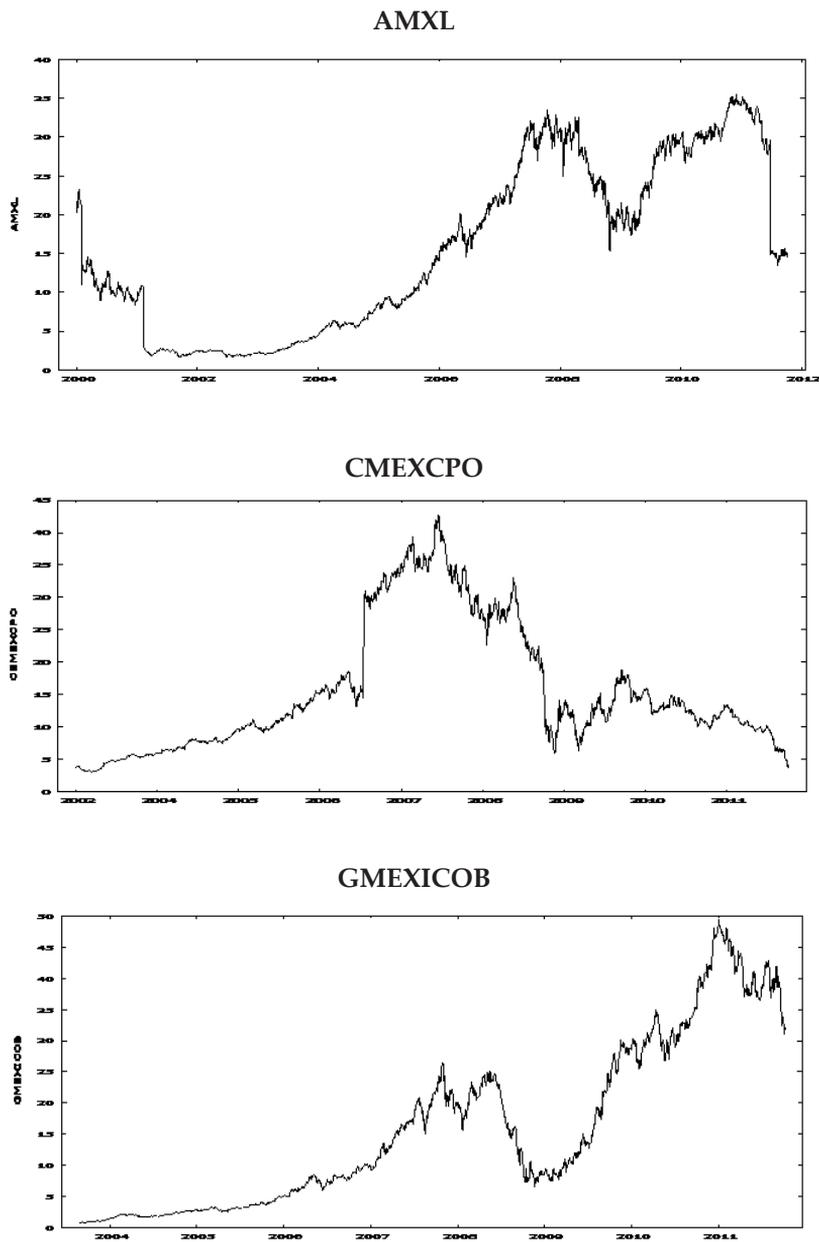
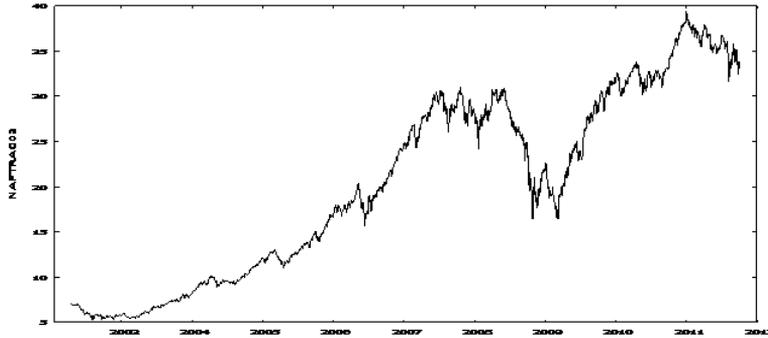
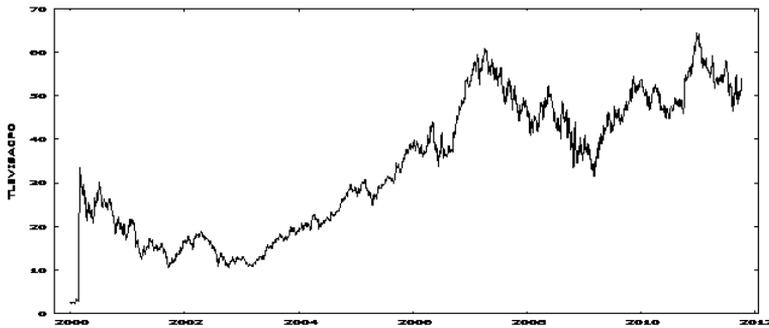


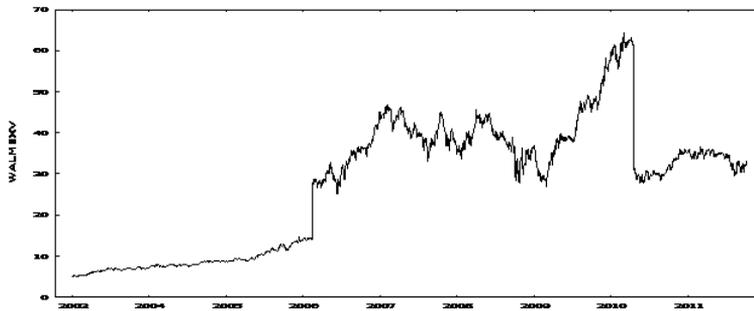
FIGURA 1
Precios de los activos
(Continuación)
NAFTRAC02



TLEVISACPO



WALMEXV



Fuente: elaboración propia.

TABLA 1
Estadísticas descriptivas de los rendimientos

	AMXL	CEMEXCPO	GMEXICOB	NAFTRAC02	TLEVISACPO	WALMEX
Media	-0.00014	0.0000314	0.015894	0.011305	0.017794	0.013085
Desv. estándar	0.034028	0.032541	0.48598	0.31338	0.85611	0.93116
Mínimo	-0.83367	-0.21010	- 3.3300	-2.1500	-3.4400	-30.130
Máximo	0.12608	0.68236	2.6600	1.9700	26.950	13.480
Asimetría	-11.758	4.2201	-0.35938	-0.21887	10.963	-14.380
Curtosis	254.50	98.079	7.8025	8.4716	342.12	533.15

Fuente: elaboración propia.

Siguiendo el mismo proceso que se enunció en la sección previa para la estimación del coeficiente de Hurst, se estima ahora el valor esperado de éste: $E(H)$ y se calcula el siguiente estadístico de prueba:

$$\frac{H - E(H)}{1/\sqrt{T}} \sim N(0,1)$$

Al igual que se ha hecho en otros estudios, en el análisis se incluyeron los cuadrados de los rendimientos y los valores absolutos de los rendimientos como *proxies* de su volatilidad. Como puede verse en la Tabla 1, según la prueba de Anis y Lloyd (1976), ni los rendimientos ni las volatilidades de los activos analizados se pueden caracterizar como series de ruido blanco gaussiano. Sin embargo, es de hacerse notar que los valores estimados del coeficiente de Hurst sugieren que los rendimientos de CEMEXCPO, TLEVISA y WALMEX son procesos antipersistentes ($H < 0.5$), es decir, que en esos rendimientos se tienen procesos con reversión a la media. De acuerdo con el estadístico de prueba, los valores estimados de los coeficientes de Hurst para los rendimientos de los otros tres activos sugieren procesos persistentes ($H > 0.5$), consistentes con procesos en los cuales hay presencia de memoria larga. En el caso de los cuadrados y los valores absolutos de los rendimientos, se observan valores numéricos más elevados para el coeficiente de Hurst estimado. Con excepción de los cuadrados de los rendimientos de TLEVISA, la prueba de Anis y Lloyd sugiere procesos persistentes, es decir, con memoria larga.

En la Tabla 3 se presentan las estimaciones del parámetro d mediante los métodos de GPH y el estimador local gaussiano de Whittle. Es conveniente

TABLA 2
Estimaciones del coeficiente de Hurst

		H	$E(H)$	z
AMXL	Rendimientos	0.6038	0.5390	183.311
	Rendimientos al cuadrado	0.6802	0.5390	399.444
	Rendimientos absolutos	0.8005	0.5390	739.035
CEMEX	Rendimientos	0.5182	0.5436	54.874
	Rendimientos al cuadrado	0.7417	0.5436	427.847
	Rendimientos absolutos	0.9059	0.5436	782.371
GMEXICOB	Rendimientos	0.6012	0.5454	109.840
	Rendimientos al cuadrado	0.8405	0.5454	580.930
	Rendimientos absolutos	0.8893	0.5454	676.903
NAFTRAC	Rendimientos	0.6088	0.5425	152.189
	Rendimientos al cuadrado	0.8607	0.5425	731.032
	Rendimientos absolutos	0.8434	0.5425	691.408
TLEVISA	Rendimientos	0.5047	0.5386	98.156
	Rendimientos al cuadrado	0.7053	0.5386	482.616
	Rendimientos absolutos	0.8130	0.5386	794.611
WALMEX	Rendimientos	0.4963	0.5437	101.956
	Rendimientos al cuadrado	0.5148	0.5437	62.127
	Rendimientos absolutos	0.6898	0.5437	313.947

Fuente: elaboración propia.

señalar que en ambos casos la selección de M , el número de ordenadas del periodograma es importante pues la estimación de d es sensible a dicha selección, pero es un problema de carácter práctico porque no hay guías simples para seleccionar sus valores. En tanto que Geweke y Porter-Hudak (1983) sugieren un ancho de banda $M = T^\nu$ con $\nu = 0.5$, donde T es el tamaño de la muestra, Sowell (1992) argumenta que cuando se selecciona M se debería considerar el ciclo más corto asociado con el comportamiento de largo plazo. Hurvich *et al.* (1998) muestran que la M óptima que minimiza el error cuadrático medio asintótico es del orden de $T^{0.8}$ y probaron con esta regla la normalidad asintótica del parámetro de memoria larga estimado mediante el método de GPH. Por su parte, Kim y Phillips (2000) sugieren que $0.7 < \nu < 0.8$ es deseable. Por lo anterior, en este trabajo se decidió utilizar $M = T^{0.5}$.

TABLA 3
Estimaciones del parámetro d

	<i>Rendimientos</i>		<i>Rendimientos absolutos</i>		<i>Rendimientos al cuadrado</i>	
	<i>GPH^a</i>	<i>Local Whittle^a</i>	<i>GPH^a</i>	<i>Local Whittle^a</i>	<i>GPH^a</i>	<i>Local Whittle^a</i>
AMXL	0.04162 (< 0.01)	0.01719 (< 0.01)	0.12755 (< 0.01)	0.1297 (< 0.01)	0.02241 (< 0.01)	0.01254 (< 0.01)
CEMEXCPO	-0.0007 (< 0.01)	0.02381 (< 0.01)	0.30806 (< 0.01)	0.29593 (< 0.01)	0.02298 (< 0.01)	0.06775 (< 0.01)
GMEXICOB	0.00327 (< 0.01)	-0.00728 (< 0.01)	0.28523 (< 0.01)	0.30643 (< 0.01)	0.28512 (< 0.01)	0.28551 (< 0.01)
NAFTRAC02	-0.0410 (< 0.01)	-0.0266 (< 0.01)	0.3343 (< 0.01)	0.33984 (< 0.01)	0.40033 (< 0.01)	0.36576 (< 0.01)
TLEVISACPO	-0.0099 (< 0.01)	-0.02377 (< 0.01)	0.09987 (< 0.01)	0.12479 (< 0.01)	0.00366 (< 0.01)	0.00375 (< 0.01)
WALMEXV	-0.0076 (< 0.01)	-0.01717 (< 0.01)	0.06852 (< 0.01)	0.1188 (< 0.01)	0.01879 (< 0.01)	-0.00347 (< 0.01)

^a Las pruebas se llevaron a cabo estableciendo $M = T^{0.75}$
 Los números entre paréntesis son valores p

Fuente: elaboración propia.

En todos los casos y de acuerdo con los resultados de las pruebas efectuadas, tanto para los rendimientos como para las *proxies* de las volatilidades, los valores de los parámetros d estimados son estadísticamente diferentes de cero con un alto nivel de significancia. Sin embargo, resalta el hecho de que únicamente para los rendimientos de AMXL ambas pruebas sugieren presencia de memoria larga, aunque en el caso del estimador local gaussiano el valor estimado del parámetro d es de una magnitud no muy importante. En el caso de GMEXICOB el método de GPH sugiere evidencia de memoria larga, aunque también de forma muy débil; para todos los demás se encuentran valores estimados de d negativos, sugiriendo procesos de reversión a la media. En el caso del estimado local gaussiano se encuentra que, además del caso ya mencionado, sugiere presencia de efectos de memoria larga para los rendimientos de CEMEXCPO y en los casos restantes los signos negativos de los parámetros d estimados también sugieren la posibilidad de procesos con reversión a la media.

De manera semejante al caso de la prueba sobre el exponente de Hurst, en las estimaciones de las d correspondientes a los procesos de las volatilidades de los rendimientos, se pueden observar valores estimados

mucho más altos, en particular cuando se toman los valores absolutos de los rendimientos como proxies de las volatilidades. Prácticamente en todos los casos se pueden considerar los resultados como indicios de memoria larga en las volatilidades de los rendimientos de los activos sujetos a estudio, sin embargo, se observa que en la serie de los cuadrados de los rendimientos de WALMEXV el parámetro d estimado muestra un signo negativo, aunque también es necesario destacar que su valor numérico es de magnitud muy pequeña.

5. Conclusiones

Con el objetivo de verificar si existe evidencia de que hay presencia de dependencia de largo plazo o memoria larga en los procesos estocásticos de los rendimientos de cinco acciones mexicanas y un *tracker*, también mexicano, se llevó a cabo un análisis basado en el estadístico R/S y los estimadores de Geweke y Porter-Hudak.

De manera general, en línea con hallazgos previos de otras investigaciones cuyos resultados se han enunciado en este trabajo, se puede decir que los resultados de las pruebas llevadas a cabo en esta investigación sugieren que únicamente los rendimientos de algunos activos mexicanos podrían caracterizarse como procesos de memoria larga, en tanto que los rendimientos de otros activos podrían caracterizarse como procesos con reversión a la media.

Sin embargo, los resultados aquí mostrados no son concluyentes pues, en tanto que las pruebas de Hurst sugieren que en los rendimientos de la mayoría de los activos analizados existe dependencia de largo plazo o memoria larga, la evidencia de memoria larga en los rendimientos es muy débil según las otras pruebas efectuadas. Esta situación plantea la necesidad de estudiar los fundamentos teóricos del problema con mayor detalle. Una posibilidad a explorar es si el proceso de reversión a la media obedece a la dependencia que se ha observado en otros mercados como consecuencia de la sobre-reacción de los participantes del mercado a eventos y a los posteriores movimientos de corrección, como fue planteado originalmente por De Bondt y Thaler (1985). Por otra parte, se debe incluir también, el análisis de la necesidad y conveniencia de utilizar mejores técnicas de estimación de los parámetros pertinentes.

También de manera congruente con los resultados de otras investigaciones, se encuentra mayor evidencia de efectos de memoria larga en las volatilidades de los rendimientos de los activos analizados. Como consecuencia, es importante tomar en cuenta esta situación para las decisiones financieras de portafolio, de valuación de activos y de administración de riesgos. De manera particular se deben tomar en cuenta estos efectos en los modelos relacionados con el análisis de esas decisiones.

Referencias bibliográficas

- Anis, A. y E. Lloyd (1976), "The expected values of the adjusted rescaled Hurst range of independent normal summand", *Biometrika*, vol. 63, núm. 1, 111-116.
- Aydogan, K. y G. G. Booth (1988), "Are there long cycles in common stock returns?", *Southern Economic Journal*, vol. 55, núm. 1, 141-149.
- Barkoulas, J. T. y C. F. Baum (1996), "Long term dependence in stock returns", *Economics Letters*, vol. 53, núm. 13, 253-259.
- Barkoulas, J. T., C. F. Baum y N. Travlos (2000), "Long memory in the Greek stock market", *Applied Financial Economics*, vol. 10, núm. 2, 177-184.
- Cajueiro, D. O. y B. M. Tabak (2004), "Evidence of long range dependence in Asian equity markets: the role of liquidity and market restrictions", *Physica A*, vol. 342, núm. 34, 656-664.
- Chang, K. C. y H. S. Kim (2004), "A Study on the nonlinear deterministic characteristics of stock returns", *Korean Journal of Finance*, vol. 21, núm. 1, 149-181.
- Cheung, Y. W. y K. S. Lai (1995), "A search for long memory in international stock market returns", *Journal of International Money and Finance*, vol. 14, núm. 4, 597-615.
- Conrad, C. (2007), "Non-negativity conditions for the Hyperbolic GARCH model", KOF Working Papers 162, Swiss Federal Institute of Technology-KOF Swiss Economic Institute, Zurich.
- Crato, N. (1994), "Some international evidence regarding the stochastic memory of stock returns", *Applied Financial Economics*, vol. 4, núm. 1, 33-39.
- De Bondt, W.F.M. y R. Thaler (1985), "Does the stock market over-react?", *Journal of Finance*, vol. 40, núm. 3, 793-805.

- Ding, Z., C. W. J. Granger y R. F. Engle (1993), "A long memory property of stock market returns and a new model", *Journal of Empirical Finance*, vol. 1, 83-106.
- Geweke, J. y S. Porter-Hudak (1983), "The estimation and application of long memory time series models", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 4, núm. 4, 221-238.
- Goetzmann, W. (1993), "Patterns in three centuries of stock market prices", *Journal of Business*, vol. 66, núm. 2, 249-269.
- Greene, M. T. y B. D. Fielitz (1977), "Long term dependence in common stock returns", *Journal of Financial Economics*, vol. 4, núm. 3, 339-349.
- Greene, M. T. y B. D. Fielitz (1979), "The effect of long term dependence on risk-return models of common stocks", *Operations Research*, vol. 27, núm. 5, 944-951.
- Henry, O. T. (2002), "Long memory in stock returns: some international evidence", *Applied Financial Economics*, vol. 12, núm. 1, 725-729.
- Hiemstra, C. y J. D. Jones (1997), "Another look at long memory in common stock returns", *Journal of Empirical Finance*, vol. 4, núm. 4, 373-401.
- Hurst, H. E. (1951), "Long-term storage capacity of reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 116, 770-799.
- Hurvich, C. M., R. Deo y J. Brodsky (1998), "The mean squared error of Geweke and Porter-Hudak's estimator of the memory parameter in a long-memory time series", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 19, núm. 1, 19-46.
- Islas, Camargo A. y F. Venegas-Martínez (2003), "Pricing derivatives securities with prior information on long-memory volatility", *Economía Mexicana*, vol. 12, núm. 1, 103-134.
- Kasman, A. y E. Torun (2007), "Long memory in the Turkish stock market return and volatility", *Central Bank Review*, vol. 2, núm. 2, 13-27.
- Kim, C. S. y P. C. B. Phillips (2000), "Modified log periodogram regression", Working Paper, Yale University.
- Kleměš, V., R. Srikantan y T. A. McMahon (1981), "Long-memory flow models in reservoir analysis: what is the practical value?", *Water Resources Research*, vol. 17, núm. 3, 737-751.
- Lo, A. W. (1991), "Long-term memory in stock market prices", *Econometrica*, vol. 59, núm. 5, 1279-1313.
- Lobato, I. y N. Savin, (1997), "Real and spurious long memory properties of stock market data", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 16, núm. 3, 261-283.

- López, Herrera F., F. Venegas Martínez y A. Sánchez Dasa (2009), "Memoria larga de la volatilidad de los rendimientos del mercado mexicano de capitales", *Análisis Económico*, vol. 24, núm. 56, 129-146.
- López, Herrera F., J. I. Villagómez Bahena y F. Venegas Martínez (2009), "Dependencia de largo plazo en rendimientos y volatilidades de acciones mexicanas", *Tiempo Económico*, vol. 4, núm. 13, 5-18.
- López, Herrera F., J. I. Villagómez Bahena y F. Venegas Martínez (2011), "Evidencias de memoria larga en el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores", en M. R. Martínez Preece, C. Zubieta Badillo y F. López Herrera (Coord.), *Administración de riesgos Volumen II*, UAM-A, México, 257-280.
- Lux, T. (1996), "Long-term stochastic dependence in financial prices: evidence from the German Stock Market", *Applied Economics Letters*, vol. 3, núm. 11, 701-706.
- Madhusoodanan, T. P. (1998), "Long-term dependence in the Indian stock market", *Journal of Financial Studies*, vol. 5, núm. 3, 33-53.
- Mandelbrot, B. B. (1971), "When can price be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale Models", *Review of Economics and Statistics*, vol. 53, núm. 3, 225-236.
- Mandelbrot, B. B. (1972), "Statistical methodology for nonperiodic cycles from covariance to R/S analysis", *Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 1, núm. 3, 259-290.
- Mandelbrot, B. B. (1982), *The fractal geometry of nature*, W. H. Freeman, San Francisco.
- Mandelbrot, B. B., y J. R. Wallis (1969), "Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises", *Water Resources Research*, vol. 5, núm. 1, 260-267.
- McKenzie, M. D. (2001), "Non-periodic Australian stock market cycles: evidence from rescaled range analysis", *Economic Record*, vol. 77, núm. 239, 393-406.
- Mesa, O. J. y G. Poveda (1993), "The Hurst effect: the scale of fluctuation approach", *Water Resources Research*, vol. 29, núm. 12, 3995-4002.
- Mills, T. (1993), "Is there long-term memory in UK stock returns?", *Applied Financial Economics*, vol. 3, núm. 4, 303-306.
- Papaioannou, G. J. (1982), "Thinness and short-run price dependence in the Athens stock exchange", *Greek Economic Review*, vol. 4, 315-333.
- Papaioannou, G. J. (1984), "Informational efficiency tests in the Athens stock market", en G. A. Hawawini y P. A. Michel (eds), *European Equity Markets: Risk, Return, and Efficiency*, Garland Publishing, New York, pp. 367-381.

- Peters, E. E. (1992), "R/S analysis using logarithmic returns", *Financial Analysis Journal*, vol. 48, núm. 6, Nov-Dic, 81-82.
- Peters, E. E. (1994), *Fractal Market Analysis*, John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Quan, Lu Shu, T. Ito y K. Voges (2008), "An analysis of long memory in the SSE's Component Index", *Journal of Economics, Banking and Finance*, vol. 2, núm. 1, disponible en <www.scientificjournals.org/journals2008/articles/1331.pdf>.
- Robinson, P. M. (1995), "Gaussian semiparametric estimation of long-range dependence", *Annals of Statistics*, vol. 23, núm. 5, 1630-1661.
- Sierra, Juárez G. (2010), "Modelación de la volatilidad del IPC y del tipo de cambio con brownianos fraccionales", en Ortiz, Francisco (coord). *Avances recientes en valuación de activos y administración de riesgos*, vol. 1, Universidad Panamericana, México, 15-35.
- Sowell, F. (1992), "Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models", *Journal of Econometrics*, vol. 53, núms. 1-3, 165-188.
- Teverovsky, V., M. S. Taqqu y W. Willinger (1999), "A critical look at Lo's modified R/S statistic", *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 80, núm. 1, 211-227.
- Tolvi, J. (2003), "Long memory in a small stock market", *Economics Bulletin*, vol. 7, núm. 3, 1-13
- Venegas-Martínez, F. y A. Islas (2005), "Volatilidad de los mercados bursátiles de América Latina: efectos de largo plazo", *Comercio Exterior*, vol. 55, núm. 11, 936-947.
- Villagómez, Bahena J. I. (2010), "Memoria a largo plazo en los rendimientos y volatilidades de acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores", en M. R. Martínez Preece y F. López Herrera (Coord.), *Administración de riesgos Volumen I*, UAM-A, México, 169-188.
- Wen, Cheong C. (2008), "Volatility in Malaysian stock market: an empirical study using fractionally integrated approach", *American Journal of Applied Sciences*, vol. 5, núm. 6, 683-688.
- Yoon, S. M. y S. H. Kang (2008), "Non-periodic cycles and long memory property in the Korean stock market", *The Journal of the Korean Economy*, vol. 9, núm. 3, 403-424.