

EL MODELO DE HOTELLING APLICADO A LAS AFORES EN MÉXICO

HOTELLING MODEL APPLIED TO THE
AFORES IN MEXICO

Humberto Banda-Ortiz*

(Recibido: septiembre, 2015/Aceptado: enero, 2016)

Resumen

El sistema de pensiones basado en AFORES es relativamente nuevo en México, por lo que existe un alto porcentaje de la población que no cuenta con este beneficio y/o carece de la información necesaria para maximizar el monto de su pensión al momento de su retiro. En la presente investigación se expone la aplicabilidad del modelo de Hotelling de teoría de juegos al sistema de ahorro para el retiro en México. Para ello, se expone la función de utilidad de un trabajador, la cual consiste en calcular el exceso del rendimiento neto por Administradora de Fondos para el Retiro (AFORE) con el rendimiento del índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC). El estudio se realiza para el periodo de marzo de 2009 a diciembre de 2015 y para las 11 AFORES existentes en dicho periodo. Los resultados muestran qué AFORE elegiría un trabajador adverso al riesgo si busca una relación óptima entre riesgo y rendimiento. Por último, se muestra la demanda por AFORE para visualizar si la toma de decisiones están basadas en los componentes presentados en el presente estudio.

Palabras clave: AFORES, teoría de juegos, Hotelling, función de utilidad.

Clasificación JEL: G23, C72.

* Profesor-investigador de la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Autónoma de Querétaro. Correo electrónico: Humberto.banda@gmail.com

Abstract

The AFORES pension system in Mexico is quite new, that is why a high percentage of the population does not have this benefit and does not have the necessary information to maximize the amount of their pension when they will be retire. This work presents the applicability of the Hotelling Game Theory Model to the retirement savings system in Mexico. In order to do this, it is shown the worker's utility function, which consists of calculating the excess of the net income per Administradora de Fondos para el Retiro (AFORE) with the performance of the index of prices and market rates of the Mexican Stock Exchange (IPC). The data used for this study was for the period of March 2009 to December 2015. Also, the existing 11 AFORES to date were compared. The results show wich AFORE would be chosen by a risk-averse worker, based on the relation risk-performance. Finally, we show the AFORES' demand to view if the decision-making by the workers in Mexico is based on the components presented.

Keywords: AFORES, game theory, hotelling, utility function.

JEL Classification: G23, C72.

I. Introducción

Una de las principales reformas a la seguridad social en México fue la realizada al sistema de pensiones en el año 1992, año en el cual se creó el Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR). El SAR se fundamenta en contribuciones definidas de capitalización individual con dos cuentas: retiro y vivienda.

En diciembre de 1995, se promulgó una reforma a la Ley del Seguro Social con el fin de reestructurar los servicios que ofrecía el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) y garantizar su sostenibilidad económica.

En Julio de 1997 se implementó la nueva Ley del Seguro Social. En esta ley se elimina el sistema de pensiones de reparto y se crea un plan privado de capitalización individual, en el cual los beneficios están relacionados a las contribuciones que realiza cada trabajador. Así mismo, en dicha ley se establece una cuota social y se garantiza una pensión mínima para la población que cuenta con un menor monto de ingresos.

La nueva Ley del Seguro Social tiene como objetivos la viabilidad financiera del sistema de pensiones y que los trabajadores tengan una mayor rentabilidad en sus fondos de pensiones. Para ello, los trabajadores tienen la alternativa de elegir a la Administradora de Fondo para el Retiro (AFORE) que se encargará del manejo de sus recursos financieros durante el periodo denominado de acumulación.

En teoría, la competencia entre las AFORES por atraer los fondos de los trabajadores tendría que implicar mayores beneficios para los trabajadores, debido a que tendrían que generar esquemas de inversión que proporcionen mayores tasas de rendimiento para los trabajadores.

Para que un trabajador obtenga los mayores beneficios al momento de su retiro debe presentar un comportamiento racional, tal como lo señala la teoría económica. Es decir, los trabajadores deberían buscar la maximización de sus beneficios que, en este caso, representa el máximo rendimiento de su fondo de retiro.

Para obtener el máximo rendimiento de su fondo de retiro los trabajadores deberían de afiliarse a aquella AFORE que generen el máximo rendimiento neto en la Sociedades de Inversión Especializada en Fondos para el Retiro (SIEFORE) que le corresponda, es decir, que obtengan el mayor rendimiento en sus portafolios de inversión y cobren la menor comisión. Cabe apuntar que las SIEFORES son los fondos donde las AFORES invierten los recursos de los trabajadores a lo largo de su vida laboral.

Una herramienta que permite analizar la manera como las distintas AFORES interactúan entre sí es la teoría de juegos, debido a que permite formalizar y modelar las decisiones estratégicas que adoptan los agentes económicos, o jugadores, que influyen y son influenciadas por las decisiones de otros agentes económicos.

El uso de la teoría de juegos permite simular escenarios de cooperación y/o coordinación que surgen entre los diferentes agentes económicos que participan en el juego y que buscan la maximización de su función de utilidad, o beneficios. Cabe señalar que dicha función de utilidad se basa en los incentivos, las preferencias y las características inherentes a los agentes económicos involucrados en el juego.

Gintis (2000), plantea que si los agentes económicos se encuentran en un mercado competitivo y los bienes y servicios de dicho mercado son fácilmente sustituibles, como es el caso de las AFORES, entonces las predicciones teóricas tiene un fundamento empírico robusto. No obstante, si

los bienes y servicios no son fácilmente sustituibles los resultados empíricos no son significativos.

El presente artículo se estructura de la siguiente manera: en la siguiente sección se expone la estructura de las AFORES y las SIEFORES en México. En la tercera sección se presenta una breve reseña de la evolución de la teoría de juegos y el tipo de juegos. En la cuarta sección se plantea el juego teórico propuesto basado en el modelo de Hotelling. Finalmente en la quinta sección se presentan las conclusiones del presente trabajo.

2. El sistema de pensiones en México

La Ley del Seguro Social fue reformada en diciembre de 1995. Dicha reforma incluyó el cambio del sistema de pensiones de beneficio definido para los trabajadores afiliados al Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), que operaba hasta ese momento como un sistema de reparto, por un sistema de contribuciones definidas y cuentas individuales de los trabajadores, que son administradas por empresas llamadas AFORES.

La nueva Ley del Seguro Social entró en vigor el primero de julio de 1997. La razón principal de la promulgación de la nueva ley se debió a la inviabilidad financiera que presentaba el sistema anterior de pensiones de los trabajadores afiliados al IMSS y del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores al Servicio del Estado (ISSSTE). Adicionalmente, la nueva ley también tenía como finalidad incentivar los niveles de ahorro nacional y, en consecuencia, el desarrollo de los mercados financieros.

De acuerdo a la Asociación Mexicana de AFORES (AMAFORE), con la entrada en vigor de la nueva Ley del Seguro Social el 1 de Julio de 1997, todas las personas que ingresan a un empleo y se registran como trabajadores ante el IMSS o ante el ISSSTE obtienen una cuenta individual de ahorro para el retiro.

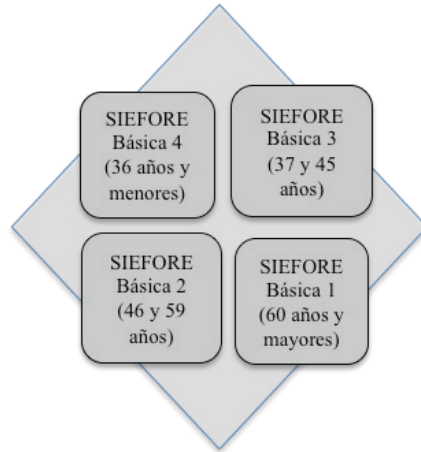
En su cuenta individual, los trabajadores ahorran recursos hasta el día en que se retiren laboralmente. En dicha cuenta se depositan las aportaciones que realizan el trabajador, el patrón y el gobierno, además de las aportaciones voluntarias adicionales que decide realizar cada trabajador. La aportación total obligatoria a la cuenta de AFORE de cada uno de los trabajadores es el equivalente al 6.5% de su salario base de cotización ante

el IMSS. La aportación total obligatoria se integra por un 5.15% que aporta el patrón, un 1.125% que aporta el trabajador y un 0.225% que aporta el gobierno federal.

El 30 de abril del 2004, la Junta de Gobierno de la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR), aprobó modificaciones al régimen de inversión de las Sociedades de Inversión Especializadas de Fondos para el Retiro. En dichas modificaciones se establece la creación de dos tipos de Sociedades de Inversión: SIEFORE Básica 1 (SB1) y SIEFORE Básica 2 (SB2).

De acuerdo con lo planteado por Banda, Gonzáles y Gómez (2014), la creación de las diferentes SIEFORES permitió a los trabajadores invertir sus recursos de acuerdo a sus preferencias y a su edad e incrementar sus rendimientos. Además, la creación de las SIEFORES permitió a las AFORES invertir en diferentes instrumentos con el fin de incrementar los rendimientos de las cuentas de los trabajadores ante las bajas en las tasas de interés existentes en el mercado. El 28 de marzo de 2008, la SIEFORE Básica 2 se dividió en SIEFORE Básica 3 (SB3), SIEFORE Básica 4 (SB4) y SIEFORE Básica 5 (SB5), con el fin de administrar portafolios que asumieran riesgos proporcionales a la edad de cada trabajador y al tiempo con el que contaba hasta su retiro

En noviembre de 2012, la CONSAR transfirió los recursos de la SB5 a la SB4, debido a que el peso relativo de la SB5 con respecto a los recursos totales del sistema presentaba una disminución, lo que se traducía en la incapacidad de aprovechar eficientemente su régimen de inversión. A partir de noviembre de 2012 los rangos de edad fueron modificados quedando de la siguiente manera: las personas de 60 años y más se integran a la SIEFORE Básica 1 (SB1), las personas cuya edad este entre los 46 y 59 años se integran a la SIEFORE Básica 2 (SB2), las personas cuya edad fluctuó entre los 37 y 45 años de edad se integran a la SIEFORE Básica 3 (SB3) finalmente, las personas menores de 36 años se integran a la SIEFORE Básica 4 (SB4). En la figura 1 se puede observar los cuatro tipos de SIEFORE, y al rango de edad correspondiente a cada una de ellas.



Fuente: elaboración propia con datos de la CONSAR a enero 2016.

Figura 1
SIEFORES

Cada una de las AFORES constituye sus diferentes portafolios de inversión en cada una de las diferentes SIEFORES. Cabe señalar que, en cada una de las SIEFORES el porcentaje de inversión máximo y mínimo en renta fija y variable se encuentra fijado por la CONSAR, por lo que las AFORES pueden tomar sus decisiones de inversión dentro de dichos rangos máximos y mínimos (tabla 1).

Con el establecimiento de los límites en los porcentajes de inversión la CONSAR busca promover la diversificación del riesgo y evita que las AFORES se conviertan en controladoras de empresas y se desvíen de su objetivo único, que es la administración de los ahorros de los trabajadores. Así mismo, mediante el establecimiento de los límites de inversión de las SIEFORES se controlan los posibles conflictos de intereses que puedan presentarse entre las diferentes AFORES.

Tabla 1
Características de inversión de las SIEFORES

SIEFORE	Edad	Instrumentos de inversión
SB1	60 años o más	Es el fondo con menor riesgo, y se permite invertir hasta un 20% en valores extranjeros y hasta un 100% en renta fija, máximo del 10% en renta variable
SB2	de 46 a 59 años	máximo 15% en instrumentos estructurados máximo 5% en mercancías. máximo del 15% en renta variable máximo 20% en valores extranjeros, mínimo un 59% en renta fija.
SB3	de 37 a 45 años	máximo 20% en instrumentos estructurados máximo 10% en mercancías máximo del 10% en renta variable máximo 20% en valores extranjeros mínimo un 50% en renta fija.
SB4	de 36 y menores años	máximo 20% en instrumentos estructurados máximo 10% en mercancías máximo del 30% en renta variable máximo 20% en valores extranjeros mínimo un 30% en renta fija.

Fuente: CONSAR, disposiciones del régimen de inversión para sociedades.

Por lo que respecta a la participación de mercado de las doce AFORES vigentes a diciembre del 2015 cuatro concentran el 72% de los trabajadores registrados. Las AFORES que cuentan con el mayor número de trabajadores registrados son: XXI Banorte con un 32%, Banamex con un 15%, Coppel con un 13% y SURA con un 11%. Así mismo, tan solo dos AFORES (XXI Banorte y Banamex) concentran más del 47% de mercado.

En lo referente a las comisiones, la Ley de los Sistemas de Ahorro Para el Retiro vigente en el artículo 37 establece que, con el fin de promover que los trabajadores obtengan un mayor rendimiento, las comisiones que cobraran las AFORES por la administración de las cuentas individuales sólo podrán cobrarse como un porcentaje sobre el valor de los activos administrados. Cabe apuntar que las comisiones sobre el saldo que rigen en México sirven para subsidiar los elevados montos que invierten las AFORES en promoción y administración. En diciembre de 2015, la AFORE que cobra la menor comisión es PensionISSSTE con un 0.89% mientras la que

cobra la mayor comisión es Metlife con un 1.14%, lo que representa un *spread* de 25 puntos base entre ellas. Cabe señalar que el promedio simple de las comisiones que cobran las afores es del 1.06%

Siguiendo lo establecido por Banda y Gómez (2009), un trabajador racional que trate de maximizar el monto de los recursos de los que dispone en la AFORE al momento de su retiro debería de elegir aquella AFORE que le proporcione el mayor rendimiento neto. Es por esto que, una de las variables relevantes que el trabajador debe de considerar al momento de transferir sus recursos de una AFORE a otra tiene que ser el diferencial de las comisiones que cobra la AFORE de origen y la de destino, lo que implica que las distintas AFORES deben de competir tanto en rendimiento bruto como en las comisiones que cobra para poder lograr que cada vez más trabajadores se afilien a cada una de ellas.

Dada la importancia que tiene para los trabajadores elegir una AFORE y asegurar su ingreso al momento de su retiro, en la presente investigación se formaliza el modelo de Hotelling, basado en la teoría de juegos, para determinar el proceso de toma de decisiones que siguen un trabajador que se plantea cambiar de AFORE. Antes de plantear el modelo, en la siguiente sección se expone una breve reseña de la evolución de la teoría de juegos y el tipo de juegos.

3. Evolución de la teoría de juegos y tipos de juegos

La toma de decisiones se presenta como uno de los grandes temas de la cotidianeidad, desde el actuar personal hasta en el sector empresarial y gubernamental. Es por ello que al momento de tomar una decisión, u optar por una estrategia, se deben valorar las alternativas en función las preferencias personales y el impacto que tendrán sobre otras personas.

La teoría de juegos, fundamentada en la teoría de decisiones, considera para un juego tradicional un conjunto de jugadores racionales, un conjunto de estrategias posibles, una distribución de probabilidad y un pago asignado para cada combinación de estrategias, buscando simular en todo momento la naturaleza de la cooperación humana en cuanto a la maximización de sus beneficios.

Los inicios de la teoría de juegos pueden ser ubicados en una carta de Waldegrave (1713), en la cual proporciona una solución minimax de estrategia

mixta para un juego de cartas con dos jugadores. Sin embargo, fue hasta 1838 cuando Cournot en su artículo "Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth" planteó la primera aproximación teórica a la teoría de juegos. En dicho artículo el autor plantea una solución, que es una versión restringida del equilibrio de Nash, a un problema de duopolio.

La teoría de juegos moderna, surge a partir de la obra de Von Neumann y Morgenstern (*Theory of Games and Economic Behavior*, 1944). Ésta está definida como una disciplina matemática, la cual, mediante el uso de modelos de interacciones estratégicas entre jugadores, analiza situaciones de conflicto y cooperación entre tomadores de decisiones racionales. A su vez, intenta modelar cómo las decisiones (estrategias) de los jugadores afectan y son afectadas por las decisiones de todos los agentes que participan en el juego.

Durante los años cincuenta y sesenta, surgieron una gran cantidad de artículos de investigación que proponían novedosas aplicaciones a situaciones económicas sustentadas en los modelos económicos de la época. De 1950 a 1953 Nash publicó cuatro artículos en los que plasmó diversas aportaciones sobre juegos no cooperativos y la teoría de la negociación. En sus investigaciones Nash determinó la existencia de un equilibrio estratégico para los juegos no cooperativos, lo que se conoce en la literatura como equilibrio de Nash, que es un concepto de equilibrio estándar para juegos no cooperativos de n jugadores y de suma no constante. Así mismo, Nash fundamentó los axiomas de la teoría de la negociación y planteo la solución de los juegos mediante el uso de estrategias mixtas.

Una nueva innovación se da con los trabajos de Harsanyi (1967), quien desarrolla la teoría para los juegos con información incompleta. Los cuales, de acuerdo a Meca Martínez (s.f.) "abrieron un inmenso panorama de aplicación en el Análisis Económico y son la base a partir de la cual se desarrolla la llamada economía de la información" (p. 18).

Durante le década de los setenta la teoría de juegos se enfrentó a la existencia de juegos que presentaban múltiples equilibrios de Nash, algunos de los cuales no eran soluciones óptimas a los juegos planteados. Las investigaciones de Selten establecen una solución a dicho problema al plantear el concepto de equilibrio perfecto en subjuegos para juegos de información completa y formalizan una generalización para el caso de juegos con información imperfecta.

En la actualidad, cinco renombrados investigadores han recibido el premio Nobel de Economía por sus importantes aportaciones en el campo de

la teoría de juegos. En 1994 se concedió a tres de sus primeros y más importantes creadores: John Harsanyi, John Nash y Reinhard Selten. En 2005, se concedió a los profesores R.J. Aumann y T.C. Schelling por sus aportaciones a la comprensión del conflicto y la cooperación mediante el análisis de la teoría de Juegos.

Como se puede observar por lo descrito de los párrafos anteriores, en la evolución histórica que se ha presentado en la teoría de juegos destaca el desarrollo de los juegos cooperativos y los juegos no cooperativos.

Por una parte, los juegos cooperativos parten de la hipótesis de que los agentes económicos pueden llegar a arreglos vinculantes sobre su comportamiento, por lo que este tipo de juegos centran su atención en identificar los resultados óptimos para los diferentes agentes económicos que intervienen en el juego.

Por la otra, los juegos no cooperativos parten de la hipótesis de que no existe la posibilidad de que los agentes económicos tengan acuerdos vinculantes. Cabe señalar que los juegos no cooperativos pueden ser divididos a su vez en:

- a) *Estáticos o dinámicos*. En un juego estático los agentes económicos toman sus decisiones de manera simultáneamente sin conocer las estrategias de los otros jugadores. En un juego dinámico los agentes económicos pueden conocer anticipadamente las estrategias de los otros jugadores.
- b) *Con o sin información completa*. En los juegos con información completa los agentes económicos conocen el impacto de sus decisiones para ellos y para los otros jugadores. En los juegos con información incompleta los agentes económicos desconocen el impacto de sus decisiones para ellos y para los otros jugadores.

Los juegos dinámicos con información. Completa son también conocidos como juegos secuenciales. Esta clase de juegos permiten a los jugadores tomar decisiones de maneras sucesivas, simultáneas o ambas en un mismo desarrollo. Debido a la condición de información completa, las funciones de pago, la estructura del juego y todas las decisiones posteriores a la nueva toma de decisión son información del dominio público. La forma de representación natural de los juegos dinámicos finitos es la extensiva.

Los juegos con información perfecta e imperfecta: son una variante en los juegos con información completa. Se establece que G es un juego de información

perfecta si cada conjunto de información de cualquiera de sus jugadores es unitario. Si, por el contrario, existe un jugador con algún conjunto de información no unitario, se dice que el juego es de información imperfecta.

Los juegos estáticos con información completa: se consideran los modelos más simples de juegos y se representan tradicionalmente en forma estratégica debido a que los jugadores toman sus decisiones de forma simultánea, o bien, eligen su estrategia sin conocer las decisiones de los demás. Un juego tiene información completa cuando la función de pagos de todos los participantes es de dominio público. Cabe mencionar que es en este tipo de juego en el que se fundamenta el modelo que se planteara en la siguiente sección por lo que se explican más ampliamente a continuación.

Para solucionar los juegos estáticos con información completa, descritos en el párrafo anterior, se pueden utilizar dos tipos de argumentos, unos basados en dominación de estrategias y otros basados en argumentos de equilibrio. La solución mediante argumentos de dominación supone que un jugador racional no juega o usa estrategias dominadas, y menos aún juega estrategias estrictamente dominadas. Dentro de esta primera forma de solución, se encuentra la eliminación iterativa de estrategias, en la cual, dado un juego finito o infinito, $G = \{S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n\}$, se realiza una eliminación interactiva de estrategias estrictamente dominadas, es decir, cada uno de los jugadores eliminan las estrategias que estén estrictamente dominadas en el juego inicial (G), construyen un juego reducido (G_1). Luego, cada jugador elimina las estrategias que estén estrictamente dominadas en el juego reducido (G_1), y construyen un nuevo juego reducido (G_2). El proceso se repite hasta obtener el conjunto de estrategias iterativamente no dominadas.

A diferencia de las soluciones argumentadas en dominación débil o fuerte, que en ocasiones no generan resultados claros o estables, las soluciones de equilibrio se presentan como un refinamiento necesario, e incluso suficiente, para la predicción sobre el comportamiento de los jugadores. El equilibrio de Nash es la forma de solución por equilibrios más común. En el juego $G = \{S_1, S_2, \dots, S_n; u_1, u_2, \dots, u_n\}$, el perfil de estrategias puras $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)$ es un equilibrio de Nash si para cada jugador i :

$$u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*) \quad \forall s_i \text{ de } S_i.$$

Dicho de otra manera, para cada jugador i , s_i^* es una solución al problema $\max u_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$ donde s_i es la variable de decisión.

De la definición anterior, se deduce que un equilibrio de Nash es un perfil de estrategias del que ningún jugador desearía desviarse unilateralmente, debido a que contiene las estrategias que maximizan los pagos de cada jugador dadas las estrategias que predicen para ser usadas por el resto de jugadores. Sin embargo, esto no implica que el resultado sea el mejor posible de manera individual. El equilibrio de Nash es, por lo tanto, simple y efectivo en juegos finitos y de tamaño reducido, sin embargo, en el caso de los juegos infinitos, donde es necesario plantear varios problemas de optimización simultáneos, no lo es. No obstante, en todos los casos es indispensable determinar el conjunto de estrategias óptimas que cada jugador podría elegir ante cualquier combinación de estrategias elegidas por los otros jugadores.

Entre los modelos de teoría de juegos estáticos con información completa se encuentran:

- a) El modelo de Bertrand, que es aplicable cuando existe un número reducido de empresas o competidores, que producen bienes idénticos y fijan un precio. Al fijar el precio al que cada empresa va a vender su servicio o producto, los compradores decidirán qué cantidad consumir a ese precio, con lo que se obtienen beneficios, por lo que se le da fin al juego.
- b) El modelo de *Cournot*, que es aplicable para analizar el comportamiento oligopólico de dos empresas que producen bienes idénticos. Dichas empresas compiten decidiendo sus niveles de producción sin conocer la decisión de la otra empresa, pero conscientes de que el precio al que se venderá su producto dependerá de la producción de las dos empresas.
- c) El modelo de Hotelling, que es aplicable cuando dos empresas producen bienes con algún elemento diferenciador, aunque los productos sean similares. Las empresas elegirán simultáneamente el precio de su producto y los beneficios que obtiene dependen del precio fijado. Hay que resaltar que bienes similares son valorados de manera distinta por el consumidor porque éstos prefieren el bien ofrecido por una empresa si pueden adquirirlo más fácilmente.

En la siguiente sección se formaliza el modelo de Hotelling para el caso de la competencia entre las AFORES, en el cual las empresas establecen de forma independientemente y simultánea las comisiones que cobran a sus

afiliados (precio), y en el que cada empresa puede fácilmente cubrir la demanda del producto que se genera por el precio establecido. El estudio se enfocará en la decisión que toman los trabajadores para cambiar de AFORE o no.

4. El modelo de Hotelling y las AFORES

Como se mencionó anteriormente, el modelo de Hotelling parte del supuesto de dos empresas (AFORES) que ofrecen servicios diferenciados aunque sean similares entre sí. Además, las AFORES establecen simultáneamente la comisión (precio) que cobrarán por sus servicios. Como ya se mencionó, la utilidad de cada AFORE depende de la comisión que cobre. El motivo por el cual cada AFORE es valorada de manera distinta por sus clientes es que éstos ponen énfasis a los diferentes servicios ofrecidos por las AFORES; como por ejemplo la cercanía de sus oficinas, las facilidades para hacer aportaciones voluntarias, tiempo de espera, etcétera.

En el modelo de Hotelling se pueden diferenciar las AFORES forma vertical u horizontal. La forma horizontal refleja que los trabajadores prefieren la AFORE1 y otros la AFORE2, por ejemplo porque la atención que reciben. La diferenciación vertical plantea situaciones en que la AFORE1 es mejor que la AFORE2, por ejemplo porque da mejores rendimientos. A continuación se explicará el modelo de diferenciación horizontal.

Existen dos AFORES (A1 y A2) que son diferentes para los trabajadores, unos trabajadores prefieren A1 y otros A2. Para facilitar el análisis supondremos que las oficinas de atención al público de A1 y A2 se encuentran situadas a lo largo de la misma calle, A1 está situada en el punto α , y A2 se encuentra en el punto β . Si ambas AFORES cobran la misma comisión, los trabajadores que estén cerca de A1 preferirán a ésta por encima de A2.

El trabajador tendrá una utilidad por afiliarse en cualquiera de las dos AFORES igual a: $[S - t(x - \alpha)^2 - p_1]$, donde S representa el rendimiento de la AFORE, $t(x - \alpha)^2$ representa el costo de desplazarse de una AFORE a otra, y p^1 representa el costo monetario. Así si el domicilio de un trabajador se encuentra en el punto x de la calle, se afiliara a A1, siempre y cuando la utilidad de afiliarse a A1 es mayor que la utilidad de afiliarse a A2, como se muestra en la ecuación (1).

$$[S - t(x - \alpha)^2 - p_1] - [S - t(x - \beta)^2 - p_2] > 0 \quad (1)$$

En el punto x^* de la ecuación (2) el trabajador es indiferente a afiliarse a A1 o a A2.

$$[S - t(x^* - \alpha)^2 - p_1] - [S - t(x^* - \beta)^2 - p_2] = 0 \quad (2)$$

$$\text{Donde } x^* = \alpha + \frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(\beta - \alpha)}$$

Todos los trabajadores cuyo domicilio se encuentre a la izquierda de x^* preferirán afiliarse a A1 y no a A2, con lo que se obtiene la fracción de demanda de A1 en la ecuación (3) y de A2 en la ecuación (4).

$$q_1(p_1, p_2) = \alpha + \frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(\beta - \alpha)} \quad (3)$$

$$q_2(p_1, p_2) = 1 - \beta + \frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(\beta - \alpha)} \quad (4)$$

Los beneficios (u) de A1 y A2 se muestran en las ecuaciones (5) y (6).

$$u_1(p_1, p_2) = (p_1 - c) \left(\alpha + \frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(\beta - \alpha)} \right) \quad (5)$$

$$u_2(p_1, p_2) = (p_2 - c) \left(1 - \beta + \frac{\beta - \alpha}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(\beta - \alpha)} \right) \quad (6)$$

Cabe señalar que de acuerdo con la CONSAR, la competencia entre AFORES se daba anteriormente únicamente por las comisiones que cobraba, lo que provocaba la falta de incentivos para buscar una mayor rentabilidad para los trabajadores y la insuficiente planeación de los portafolios de inversión de las SIEFORES. Es por ello que se dan cambios legislativos que incentivan una sana competencia entre las AFORES y que crean un marco regulatorio de inversiones adecuado para las diferentes SIEFORES. Los cambios legislativos han propiciado que las AFORES, actualmente, compitan procurando mejores rendimientos a los trabajadores y cobrando un menor porcentaje de comisión.

Hay que mencionar que entre más variados y mejor diversificados se encuentren los portafolios de inversión de las SIEFORES, el rendimiento y las comisiones que ofrecerán las AFORES a los trabajadores serán más atractivas. Por lo cual, el enfoque de teoría de juegos planteado en este trabajo se

refiere, principalmente, a la toma de decisiones que realizan los trabajadores al momento de elegir cambiarse de AFORE o no, partiendo del supuesto que los trabajadores se afiliaran a aquella AFORE que le ofrece un mayor beneficio, lo que generara una mayor competencia entre las AFORES.

Como ya se mencionó anteriormente, en el mercado de las AFORES los productos son similares, casi idénticos, pero con características diferenciadoras, como por ejemplo el servicio al cliente, en el número de sucursales o en la capacidad de los agentes de persuadir al cliente.

Para la aplicación práctica del modelo Hotelling a las AFORES se parte de la ecuación (1), es decir el modelo de Hotelling clásico, y se obtiene la ecuación (7).

$$[S - td^2 - p_1] - [S - td^2 - p_2] = 0 \quad (7)$$

En donde:

S = el rendimiento real del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

td = rendimiento bruto por AFORE

p_i = comisión de la AFORE

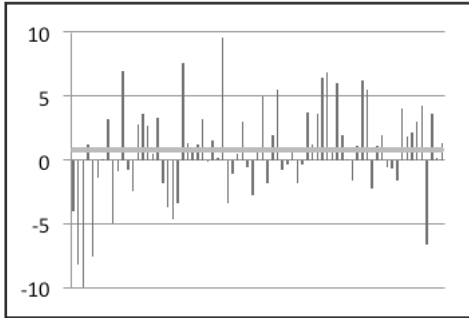
Como se puede observar el modelo se plantea como la diferencia entre el sistema, el cual es representado por rendimiento de la bolsa mexicana de valores mediante el índice de precios y cotizaciones (IPC) *vs* la AFORE la cual es representada por los rendimientos reales que las AFORES otorgan a los trabajadores, visto como el rendimiento bruto menos la comisión cobrada.

La ecuación (7) plantea la existencia de sólo 2 AFORES (A1 y A2). Si la diferencia entre A1 y A2 es cero, el trabajador será indiferente hacia cuál AFORE elegir. En el presente trabajo se presentan las diferencias $[S - td^2 - p_1]$ por AFORE, con la finalidad de realizar un comparativo entre ellas y dar recomendaciones a los trabajadores que se enfrenta a la decisión de cambiarse o no de AFORE.

Las figuras 2 a la 12, muestran la utilidad o pérdida que obtuvo un trabajador en cada AFORE de marzo de 2009 a diciembre de 2015¹, que es el periodo para el cual existe información completa para todas las AFORES

¹ Únicamente para PensionISSSTE los datos están presentados de diciembre de 2009 a diciembre de 2015.

objeto de estudio, de acuerdo al modelo planteado y que hace referencia a las ecuaciones (5) y (6). Todas las cantidades se muestran en porcentajes. Las gráficas también muestran el promedio por AFORE en una línea recta.



Fuente: elaboración propia

Figura 2
Utilidad obtenida por el trabajador
en Azteca

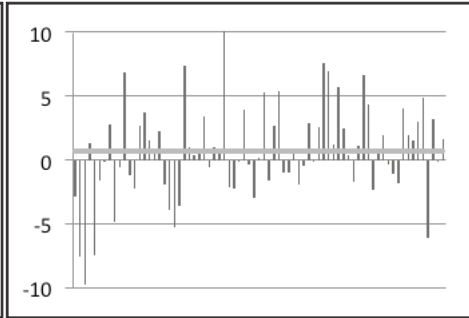
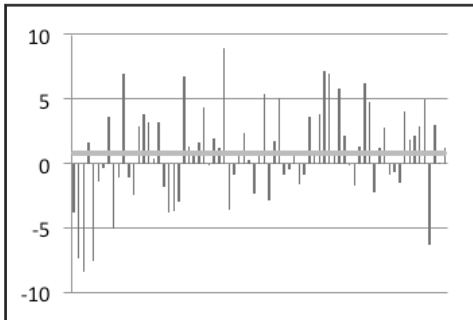


Figura 3
Utilidad obtenida por el trabajador
en Banamex



Fuente: elaboración propia

Figura 4
Utilidad obtenida por el trabajador
en Coopel

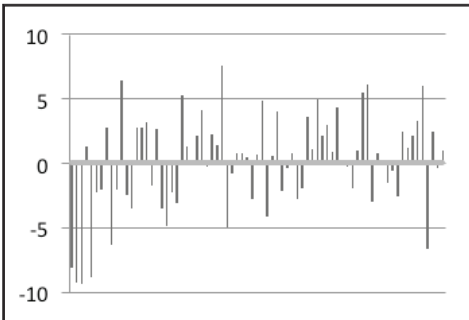
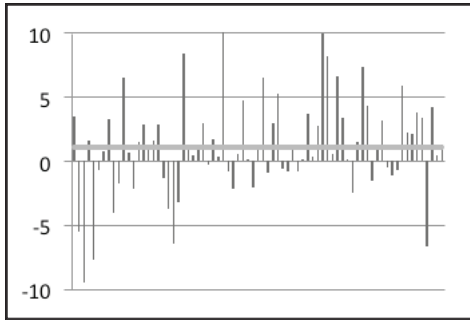


Figura 5
Utilidad obtenida por el trabajador
en Inbursa



Fuente: elaboración propia.

Figura 6
Utilidad obtenida por el trabajador
en Invercap

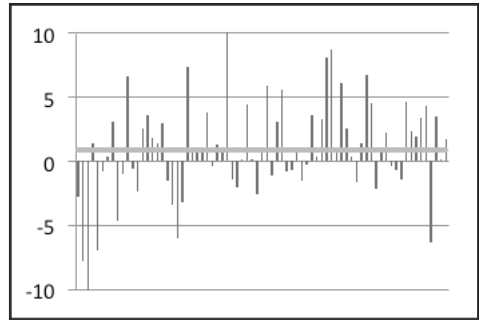
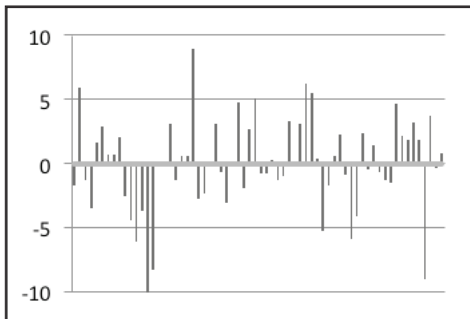


Figura 7
Utilidad obtenida por el trabajador
en Metlife



Fuente: elaboración propia.

Figura 8
Utilidad obtenida por el trabajador
en PensionISSSTE

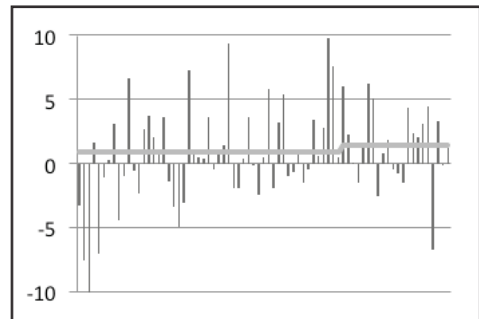
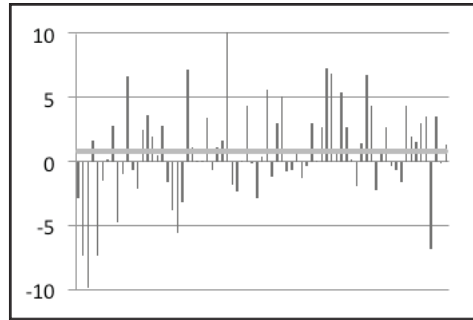
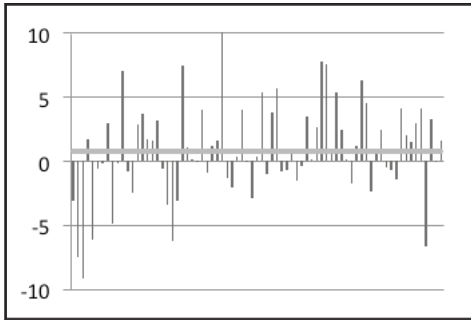


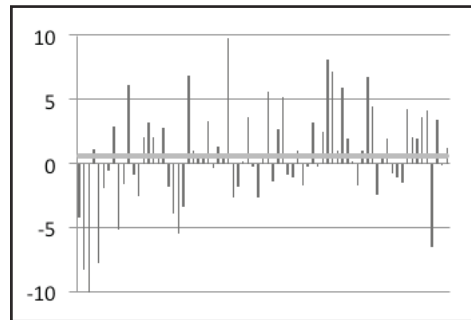
Figura 9
Utilidad obtenida por el trabajador
en Principal



Fuente: elaboración propia.

Figura 10
Utilidad obtenida por el trabajador
en Profuturo GNP

Figura 11
Utilidad obtenida por el trabajador
en Sura



Fuente: elaboración propia

Figura 12
Utilidad obtenida por el trabajador
en XXI Banorte

Los resultados que se muestran en las figuras 2 a la 12 plantean la existencia de diferencias significativas entre las 11 AFORES que existen en la actualidad. Una de las mayores diferencias se encuentra entre las AFORES Inbursa e Invercap (figuras 6 y 7). Este resultado es consistente con los rendimientos históricos que han tenido ambas AFORES, en donde Inbursa figura entre las de menor rendimiento histórico e Invercap entre las de mayor

rendimiento. Así, entre las que se visualiza con menor utilidad están Coppel e Inbursa y las de mayor utilidad Banamex, Invercap, Metlife, Profuturo GNP y Sura.

Ahora bien, si un trabajador quisiera basar su decisión de en qué AFORE debe afiliarse utilizando el modelo propuesto; podría hacerlo comparando ya sea la utilidad promedio en cada una de ellas, la volatilidad en la utilidad, el coeficiente de variación, o bien, los valores en riesgo (VaR) a un cierto nivel de significancia (tabla 2).

Tabla 2
Estadística descriptiva de la utilidad por AFORE

AFORE	Promedio	Volatilidad	Coeficiente de variación	VaR @ 5%	VaR @ 95%
Afirme Bajío	2.8	7.3	259	-9.4	13.7
Azteca	3.2	8.3	260	-10.7	14.9
Banamex	3.4	12.3	359	-15.7	20.0
Coppel	2.6	7.0	265	-7.1	11.2
Inbursa	1.5	4.7	318	-5.4	7.8
Invercap	3.7	14.9	397	-20.8	25.8
Metlife	3.4	11.9	351	-15.4	20.2
Pension- ISSSTE	3.0	11.1	365	-14.9	18.1
Principal	3.4	11.2	329	-12.5	18.4
Profuturo GNP	3.8	12.4	330	-14.9	21.2
SURA	3.5	12.9	365	-16.9	21.3
XXI Banorte	3.1	11.0	353	-15.1	18.3

Fuente: elaboración propia.

Para el cálculo de los resultados mostrados en la tabla 2, se utilizó al promedio como un promedio simple, la volatilidad como la desviación estándar, el coeficiente de variación como la volatilidad entre el promedio y el VaR como la utilidad que se encuentra en el percentil deseado.

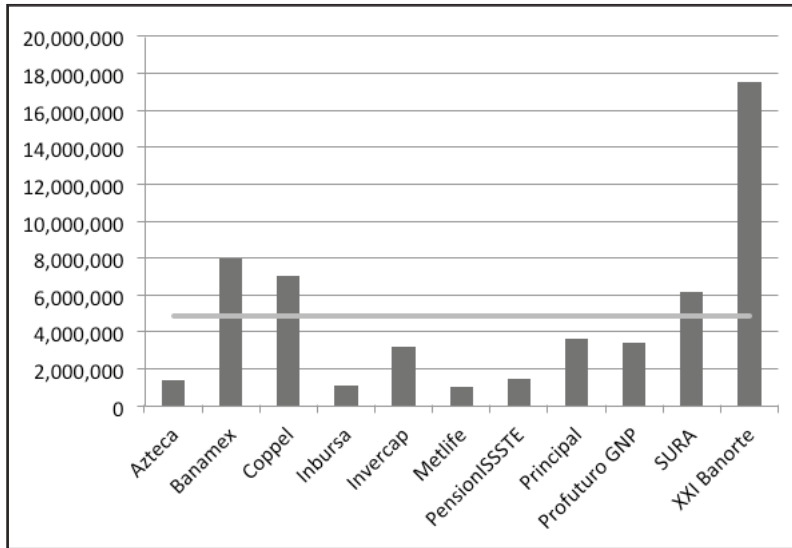
Para la toma de decisiones, se puede decir un trabajador con aversión al riesgo podría basar su decisión de cambiarse de AFORE o no si en la que se encuentra afiliado no tiene el menor VaR al 5% de nivel de significancia, dado que el VaR muestra que existe una probabilidad del 5% de obtener un valor específico o menos de utilidad o pérdida durante el periodo analizado. En otras palabras, para un trabajador adverso al riesgo la AFORE que le conviene elegir es Inbursa con un -5.4% de pérdida.

No obstante, cabe destacar que la aversión al riesgo tiene sus consecuencias, con Inbursa se obtienen menores pérdidas pero también menores ganancias, lo cual se puede visualizar con el VaR al 95% con un 7.8% de rendimiento. Por el contrario, un trabajador amante del riesgo, podría elegir con base al VaR al 95%, para determinar cuál AFORE le otorgaría una mayor utilidad, la cual es Invercap. Esto también tendría sus consecuencias, dado que Invercap es la segunda que mayor utilidad promedio otorga (sólo por debajo de Profuturo GNP) pero con la volatilidad más alta de todas. En ese sentido, podemos decir que Profuturo GNP conviene más que Invercap a los trabajadores, dado que su relación riesgo-rendimiento (medida con el coeficiente de variación) es mejor. Es decir, Profuturo GNP otorgó una mayor utilidad a un menor riesgo.

Además, un trabajador que quisiera cambiarse de AFORE con base en la relación riesgo-rendimiento histórico que estas presentan y que no sea ni adverso ni amante al riesgo, es decir que se encuentra en un punto medio, optaría por cambiarse o afiliarse a Afirme Bajío, Azteca o Coppel dado que son las que menor coeficiente de variación muestran.

Por último, la figura 13 muestra la demanda que existe por AFORE, medida en total de cuentas administradas por cada una de ellas. Esta gráfica hace referencia a la demanda presentada en las ecuaciones (3) y (4) del modelo de Hotelling propuesto y se puede apreciar que la AFORE que tiene mayor demanda es XXI Banorte seguida por Banamex y Sura; siendo las de menor demanda Azteca, Inbursa, Metlife y PensionISSSTE. Coppel y Principal están alrededor del promedio.

Los resultados mostrados en la figura 13 se puede apreciar que los trabajadores en México no basan sus decisiones en la utilidad o riesgo que otorgan cada AFORE, sino con base en otros factores como la atención al cliente, conocidos que trabajan en la AFORE, etc. que podrían ser motivo de futuras investigaciones.



Fuente: elaboración propia con datos de la CONSAR a diciembre de 2015.

Figura 13
Cuentas administradas por AFORE

5. Conclusiones

Un trabajador que trate de maximizar el monto de sus recursos en la AFORE al momento de su retiro debería de elegir aquella AFORE que le proporcione el mayor rendimiento neto. Es por esto que la variable relevante que el trabajador debe de considerar al momento de transferir sus recursos de una AFORE a otra tiene que ser el diferencial de las comisiones y del rendimiento que cobra la AFORE de origen y la de destino, lo que implica que las distintas AFORES deben de competir tanto en rendimiento bruto como en las comisiones que cobran para poder lograr que cada vez más trabajadores se afilien a su empresa.

En este artículo se realizó un análisis desde los principios de la teoría de juegos para explicar de qué manera las AFORES pueden elegir su estrategia al momento de fijar sus comisiones. El modelo propuesto fue el de Hotelling.

Para realizar la aplicación del modelo de Hotelling al caso de las AFORES en México, se obtuvo primeramente la función de utilidad desde el punto de vista del trabajador, definida como el exceso de rendimiento neto de la

AFORE sobre el rendimiento de la Bolsa Mexicana de Valores, representado por el IPC. El estudio se realizó para el periodo de marzo de 2009 a diciembre 2015 y para las 11 AFORES existentes en dicho periodo.

Los resultados del estudio muestran que existen diferencias significativas entre las 11 AFORES y que la elección de la mejor opción dependerá de las necesidades y preferencias de cada trabajador. Adicionalmente, se encontró que la decisión de afiliarse a una AFORE no depende necesariamente de la relación riesgo-rendimiento de cada una de las AFORES. Lo anterior implica que la elección de un trabajador entre una AFORE u otra no se basa únicamente en factores cuantitativos, por lo que sería de interés un estudio posterior para determinar cuáles son dichos factores y qué grado de influencia tienen.

Para visualizar que la afiliación a una AFORE por parte de los trabajadores no se fundamenta únicamente en medidas estadísticas se presentó la demanda de cada AFORE a diciembre del 2015 y se encontró que la que mayor demanda tiene es XXI Banorte, seguida por Banamex y Sura, las cuales tuvieron rendimientos netos muy cercanos al promedio.

Bibliografía

- Akerlof, G. (1970). "The Market of Lemons: Qualitative uncertainty and the Market Mechanism". *Quarterly Journal of Economics*, 84(3), pp. 488-500.
- Arrau, P. y K. Schmidt-Hebbel (1995). *Pension Systems and Reform. Country Experiences and Research Issues*. Policy Research Working Paper 1470. Washington, June: World Bank, pp. 120-146.
- Aumann, R. J. y M. Maschler (1968). *Repeated Games with Incomplete Information: The Zero-Sum Extensive Game*. Report of the US Arms Control and Disarmament Agency/ST-143, pp. 78-99.
- Aumann, R. J. y M. Maschler (1967). *Repeated Games with Incomplete Information: A survey of recent results*. Report of the US Arms Control and Disarmament Agency/ ST-116, pp. 115-140.
- Banda, H.; L. González y D. Gómez (2014). "Una aproximación de la teoría de portafolio a las SIEFORES en México". *Pensamiento y Gestión*, pp. 28-53.

- Banda, H., y D. Gómez (2009). "Evaluación de un portafolio de inversión institucional: el caso de los fondos de pensiones en México". *Innovaciones de Negocios*, pp. 303-323.
- Gintis, H. (2000). *Game Theory Evolving*, New Jersey, USA: Princeton University Press, pp. 95-120.
- Harsanyi, J. C. (1967). "Games with incomplete information played by bayesian players (Parts I, II and III)". *Management Science*, pp. 159-182.
- Meca-Martínez, A. (s.f.) (1996). "Génesis y evolución de la teoría de juegos". Sus Orígenes en España. *Artículos de Investigación Operativa*, pp. 40-65.
- (1997). "Génesis y evolución de la teoría de juegos". Sus orígenes en España. *Artículos de Investigación Operativa*. pp. 15-22.
- Mertens, J. F. y S. Zamir (1982). "Formalization of Harsanyi's Notion of Type and Consistency in Games with incomplete information". C.O.R.E. *Discussion Paper*, pp. 30-65.
- Myerson, R. B. (1985). "Bayesian Equilibrium and Incentive-Compatibility: An Introduction". *Game Theoretic Models of Bargaining*. Cambridge University Press, pp. 70-97.
- Myerson, R. B. (1984). Two-person Bargaining problems with Incomplete Information. *Econometrica*. Discussion Paper No. 527, pp. 86-120.
- (1984). "Cooperative Games with Incomplete Games". *International Journal of Game Theory*, Discussion Paper No. 528, pp. 55-87.
- Nash, John F. (1951). "Non-cooperative games". *The Annals of Mathematics*, 54. pp. 286-295.
- <http://amafore.org/>
- http://www.consar.gob.mx/principal/estadisticas_sar.aspx