eseconomía, vol. XVI, núm. 54, primer semestre de 2021, pp.9-32

Beneficios de la inversión socialmente responsable sobre las SIEFORES tipo cuatro: análisis con el algoritmo de optimización de Martin

Luis Guadalupe Macías Trejo[*]
Oscar Valdemar De la Torre Torres[**]
Francisco López-Herrera[***]

(*Recibido: febrero,* 2020/*Aceptado: junio,* 2020)

Resumen

El presente artículo muestra los elementos de la teoría moderna de selección de portafolios desarrollada por Harry Markowitz, las contribuciones a la teoría por parte del algoritmo optimización de Martin. Posteriormente, se muestran las aportaciones de Tobin con su teorema de separación para llegar finalmente al modelo de valuación de activos propuesto por W. Sharpe. Así mismo, se presenta la aplicación de la selección optima de portafolios utilizando el algoritmo de Martin para realizar un análisis de los beneficios de la inversión socialmente responsable en las SIEFORES tipo cuatro. Para ello, se utilizó la política de inversión autorizada por la CONSAR, el IPCS y el IPC para simular el comportamiento de SIEFORE tipo 4 en un portafolio de mínima varianza y otro que maximiza el índice de Sharpe.

Palabras clave: Teoría moderna del portafolio de inversión, selección de portafolios, técnicas de optimización, inversión socialmente responsable.
Clasificación JEL: G11, G15, G12.

[*] Profesor-investigador en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
[*] Profesor-investigador en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
[*] Profesor-investigador en la Universidad Nacional Autónoma de México.

Benefits of socially responsible investment over SIEFORES type four: analysis with Martin's optimization algorithm

Abstract

This article shows the elements of the modern portfolio selection theory developed by Harry Markowitz, the contributions to the theory by Martin's optimization algorithm. Subsequently, the contributions of Tobin with his separation theorem are shown to finally arrive at the asset valuation model proposed by W. Sharpe. Likewise, the application of the optimal selection of portfolios is presented using Martin's algorithm to perform an analysis of the benefits of socially responsible investment in the SIEFORES type 4. For this, the investment policy authorized by the CONSAR was used. the IPCS and the IPC to simulate the behavior of SIEFORE type 4 in a portfolio of minimum variance and another that maximizes the Sharpe index.

Keywords: Modern portfolio theory, portfolio selection, optimization techniques, socially responsible investment.
JEL classification: G11, G15, G12.

1. Introducción

La inversión socialmente responsable ha incrementado su popularidad como una opción para el inversionista. Aunque dista de ser una práctica profesional reciente porque tenemos ejemplos como la propia Torá, donde se establecen los tipos de actividades que eran licitas de realizar y también, determinaba donde se podría invertir para tener una fuente de sustento. Así mismo, encontramos la Ley Sharía del Islam donde se establecen los productos que son permitidos y los prohibidos. De los productos prohibidos destacan el invertir y consumir bebidas alcohólicas derivadas de trigo o la uva y el consumo de carne roja.

De lo anterior y para fines de este trabajo la inversión socialmente responsable tiene su enfoque como estrategia de inversión y activismo con las prácticas de luteranos y metodistas, quienes buscaban hacer buen empleo del dinero, eran propensos a practicarla frugalidad como modo de vida y evitaban invertir su dinero en empresas consideradas pecaminosas según sus prácticas, costumbres y creencias (Renneboog, Ter Horst, y Zhang, 2008).

Actualmente la responsabilidad social se comprende como un concepto más amplio que rebasa la esfera religiosa, moral o ambiental y aprecia la misma como una combinación multidimensional de elementos, mismos que son resumidos en tres pilares definidos (ambiental, social y económico) gracias a la definición del milenio de la Organización de las Naciones Unidas (United Nations, 2000) y la resolución 60/1 de dicho organismo (United Nations, 2005). Dado esto, puede comenzar a verse a la inversión socialmente responsable o ISR como una nueva forma o estilo de inversión dentro de la administración de portafolios. Dado lo anterior, nos resulta de interés estudiar ya no solo el desempeño de la inversión sustentable en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), como se hacen en estudios previos de Valencia (2015), De la Torre, Galeana, y Aguilasocho (2015) y De la Torre y Martínez (2015); sino el beneficio de la inversión socialmente responsable (ISR) en las SIEFORES tipo 4.

Por tanto, nuestra hipótesis de trabajo a demostrar en el presente trabajo es que "se logran, para las SIEFORES tipo 4, mejores resultados en la relación media-varianza en un portafolio que tiene una inversión parcial o total en acciones de ISR. Esto en comparación con el índice de precios y cotizaciones (IPC) únicamente".

Para demostrar la misma, se recurrirá a las propuestas de la Teoría Moderna de Portafolios, la cual fue propuesta primigeniamente por Markowitz (1952) y que lleva al concepto de conjunto de portafolios eficientes (ξ). Un portafolio eficiente (p_i) se define como aquella cartera, dentro de un conjunto de posibilidades o portafolios posibles de inversión (Ξ), que cumple el siguiente criterio, dado un nivel determinado en su rendimiento esperado ($E^*_{p_i}$) :

$$p_i \in \xi \subset \Xi \Leftrightarrow \sigma^2(p_i) = \min(\sigma^2(\Xi))|E^*_{p_i} \tag{1}$$

Este conjunto de portafolios eficientes lleva a una representación geométrica conocida como "frontera eficiente" que relaciona todos los portafolios con la mínima varianza, dados diferentes niveles de rendimiento esperado $E^*_{p_i}$). La obtención de este conjunto se logra por medio de la resolución de un problema de optimización cuadrático-paramétrico a través del algoritmo de Martín considerado como un método numérico que busca dar solución a la selección de un portafolio con un rendimiento dado y el mínimo nivel de riesgo con restricciones lineales que puede expresarse de la siguiente manera.

$$minimizar\ \omega_1^2\sigma_1^2 + \omega_2^2\sigma_2^2 + \omega_3^2\sigma_3^2 + \omega_1\sigma_{1,2}\omega_2 + \omega_1\sigma_{1,3}\omega_3 + \omega_2\sigma_{2,1}\omega_1 + \omega_2\sigma_{2,3}\omega_3 + \omega_3\sigma_{3,1}\omega_1 + \omega_3\sigma_{3,2}\omega_2 \tag{2}$$

Sujeto a:

1) $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1 \Rightarrow \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - 1 = 0$

2) $\omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} = \mathbb{E}_p^* \Rightarrow \omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} - \mathbb{E}_p^* = 0$

3) $a \leq \omega_i \leq b$

En este artículo se busca demostrar si existen mejores resultados en la relación media-varianza de las SIEFORES tipo 4 en comparación con el índice de precios y cotizaciones (IPC) únicamente". Esto, a través de la solución del algoritmo propuesto por Martin (1955). Este algoritmo permite de manera general seleccionar portafolios eficientes en el sentido de media-varianza (rendimiento esperado-riesgo), utilizando como ejemplo la selección de portafolios eficientes formados con base en combinaciones de SIEFORES tipo 4 y acciones mexicanas que son reconocidas como socialmente responsables. En el siguiente apartado, se ofrece una descripción general del concepto de inversión socialmente responsable, su evolución en la práctica de la administración de inversiones y una breve introducción a las Afores y SIEFOREs. En el tercer apartado, se presenta una revisión de la teoría moderna de portafolios propuesta por Markowitz (1952) y una revisión de literatura de los métodos de optimización para la solución del problema propuesto en dicha teoría. En el cuarto apartado presentamos la metodología de trabajo. Ahí describimos los datos utilizados, sus fuentes y procesamiento como insumos para la estimación de los diferentes conjuntos de portafolios eficientes y hacemos la discusión de los resultados observados. Finalmente, en la cuarta sección presentamos nuestras conclusiones y hacemos un recuento de las posibles guías para futuros trabajos de investigación.

2. La inversión socialmente responsable, afores y SIEFOREs

2.1. La inversión socialmente responsable.

Las prácticas de inversión socialmente responsable tienen su origen en los conceptos éticos, movimientos morales y religiosos. Este tipo de prácticas puede relacionarse con escritos religiosos como son la Torá y la Biblia; por ejemplo, las practicas morales y religiosas de personas altamente cristianas quienes no invertirán su dinero en prácticas como; la venta de armas, empresas que hacen estudios con animales e incluso en empresas de emisiones de carbono. La Ley de Sharía, conjunto de preceptos de la religión islámica, plantea reglas que debe seguir la sociedad, donde se puede destacar: el no permitir el consumo de bebidas alcohólicas, robo, asalto en rutas, entre otras, porque ese tipo de acciones afectarían las relaciones sociales, económicas y financieras.

Durante los años cincuenta, grupos de cuáqueros inician la adopción de políticas de inversión discriminando la producción de tabaco y alcohol, aquellas vinculadas a la industria del juego y, finalmente, actividades que hasta cierto punto se consideraba que dañan el tejido moral de la sociedad. En el periodo de 1955 a 1975, grupos activistas desarrollaron la idea que la inversión podría ser un instrumento importante de presión ante las empresas.

Para los años sesenta, la industria de los estados unidos adopta las estrategias de inversión socialmente responsable, en el clima político, social y movimientos antiguerras. Esto permite la llegada de la inversión sustentable como una estrategia más provechosa que el mercado común.

La inversión socialmente responsable nace por el rechazo a los sucesos antes mencionados a través de instituciones de inversión colectiva impulsando uno de los primeros fondos socialmente responsable conocido como Pax World Fund, generado en Estados Unidos en 1968. Este fondo, excluía de su cartera las empresas vinculadas con actividades de producción de armamento y aprovisionamiento militar.

Uno de los pioneros en la creación y comercialización de fondos socialmente responsables es Europa, donde, en 1965 se crea en Suecia un fondo de inversión ético “Ansvar Aktiefond Sverig”.

Para los años ochenta, en el Reino Unido se lanza el fondo de inversión ético “Friends Provident Stewardship” lanzado en 1984. Durante este periodo, se reutiliza la inversión como instrumento importante de presión en contra del movimiento del apartheid practicada por el gobierno de Sudáfrica.

En 1999, Dow Jones publica el primer índice de sustentabilidad corporativa en Estados Unidos. Más tarde, presentan el FTSE4GOOD por parte del mercado inglés. Desde entonces, las principales bolsas del mundo (bolsa de New York, NASDAQ, Tokio, Londres, Hong Kong, etc.) han creado sus propios índices, también conocidos como índices de inversión socialmente responsable o índices de inversión sustentable (Consolandi, Jaiswal-Dale, *et al*., 2009).

Con base en lo anterior, de acuerdo con datos del Grupo del Banco Mundial (2016), Se presentan algunos índices de inversión sustentable como; el índice BM&FBOVESPA de Brasil nacido en 2001 con 12 empresas y para febrero de 2013 tenía 174. El índice SSE de China creado en 2008 con 199 participantes y 266 a principios de 2016.

2.2. Afores y SIEFORES

Para 1997, se inicia el nuevo sistema de pensiones mexicano conocido también como sistema de ahorro para el retiro (SAR-97), considerándose esta como una de las últimas reformas que pone término al conocido de beneficio definido y comienza el sistema de capitalización individual, permitiendo a los trabajadores realizar aportación de manera bimestral en las AFORES.

El término Administradoras de Fondos para el Retiro (AFOREs), tiene su origen como se ha mencionado inicialmente en 1997 en México y permiten al trabajador obtener una pensión al momento de su retiro. Por lo tanto, es importante que el trabajador elija una opción del conjunto de AFOREs para la administración de las aportaciones. Las aportaciones, son realizadas por el patrón, el trabajador y el gobierno. En el caso que el trabajador no seleccione una opción de AFORE, sus recursos o aportaciones son enviados a una cuenta concentradora.

Los fondos administrados por las AFOREs son invertidos a través de las SIEFOREs (Sociedades de Inversión Especializadas para el Retiro), y su objetivo es invertir los recursos depositados con base a las reglas establecidas por la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) a través de su política de inversión.

Por lo tanto, las inversiones que se realizan a través de las SIEFOREs, tienen diferentes clasificaciones para determinados tipos de inversión. Las clasificaciones para realizar las aportaciones se realizan con base en la edad o etapa laboral del trabajador que se describe a detalle en su política de inversión.

La política de inversión ha sido modificada en distintas ocasiones. Para 1997, existieron 2 tipos de SIEFOREs (Básica 1 y Básica 2), para invertir recursos de acuerdo a su edad y realizar aportaciones durante 25 años laborales. Así también se fundaron las primeras 10 AFOREs (Banamex, Bancomer, Banorte, HSBC, Inbursa, ING, Principal, Profuturo, GNP y XXI).

Según la CONSAR en su publicación realizada en 2016, durante el 2012 existen dos cambios a la política de inversión. La primera es la fusión del tipo de SIEFORE SB4 y SB5 argumentado por la disminución de trabajadores pertenecientes a básica 5 y a la similitud en los límites de inversión.

La segunda fue la creación de la sociedad básica de pensiones, cuyos fines son el pago efectivo de pensiones y la acumulación de fondos. Por lo tanto, en el cuadro 1, se presentan las características de inversión de cada tipo de SIEFOREs (SB1, SB2, SB3, SB4).

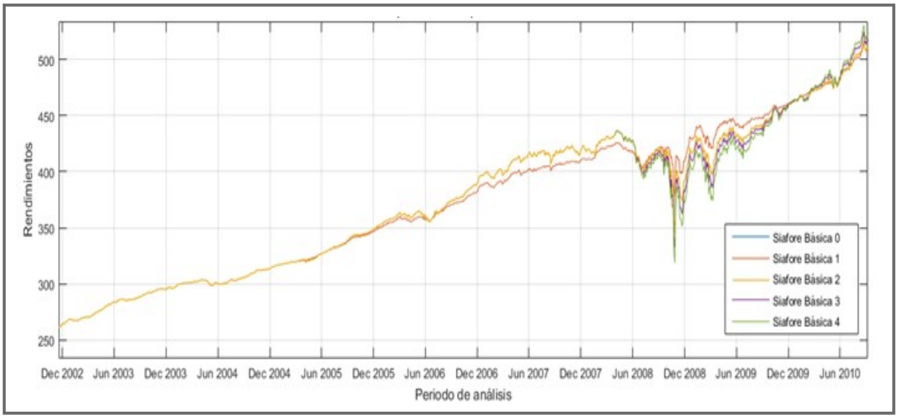
Tabla 1
Tipos de SIEFOREs y características de inversión

Tipo de SIEFORE	Edad del trabajador	Características
Básica 1 (SB1)	60 años o mayores	• desde 0 hasta 5% en renta variable. • desde 0 hasta un 20% en valores extranjeros. • desde 0 hasta un 5% fibras.
Básica 2 (SB2)	entre los 46 y 59 años.	• desde 0 hasta un 25% en renta variable. • desde 0 hasta un 20% en valores extranjeros. • desde 0 hasta un 10% fibras. • desde 0 hasta un 15% en instrumentos estructurados
Básica 3 (SB3)	entre 37 y 45 años.	• desde 0 hasta un 30% en renta variable. • desde 0 hasta un 20% en valores extranjeros. • desde 0 hasta un 10% fibras. • desde 0 hasta un 20% en instrumentos estructurados.
Básica 4 (SB4)	36 años y menores	• desde 0 hasta un 40% en renta variable. • desde 0 hasta un 20% en valores extranjeros. • desde 0 hasta un 10% fibras. • desde 0 hasta un 20% en instrumentos estructurados.

Fuente: elaboración propia, basado en políticas de inversión SIEFOREs.

Con base en las características que muestra el cuadro 1, figura 1 y figura 2, muestran el desempeño de los cuatro tipos de SIEFOREs. Durante el periodo diciembre 2002 al 2017, se muestra que los rendimientos tienden a ser homogéneos. Durante el periodo de diciembre 2006 al 2007, se muestran ligeramente mejores rendimientos en la SB2 que en la SB1.

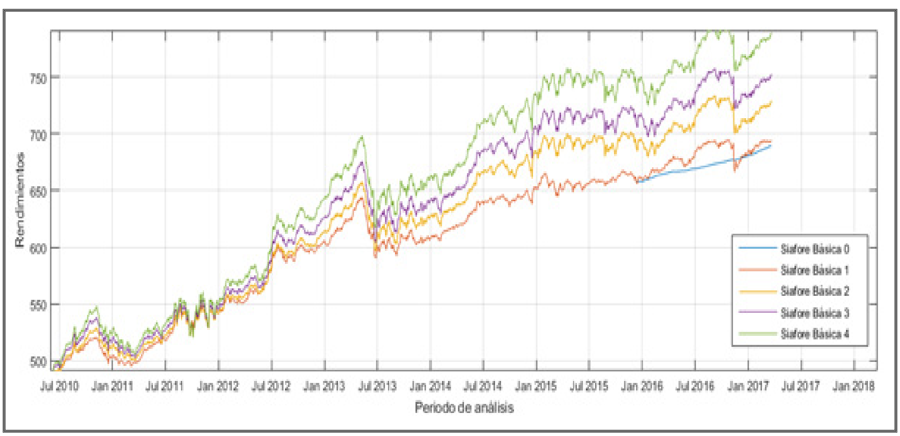
Una vez que se integran los tipos de SIEFOREs restantes se observa nuevamente un comportamiento aparentemente homogéneo. Para el cierre de junio 2010 se encuentran ligeramente mejores rendimientos en la SB4.



Fuente: elaboración propia.

Figura 1
Desempeño de los tipos de SIEFOREs 2002-2010

Para el periodo de tiempo de análisis que comprende julio 2010 a enero 2017 se observa en la figura 2 el comparativo de los rendimientos de los tipos de SIEFOREs. Una tendencia de homogeneidad y también que básica 4 obtiene mejores rendimientos que las anteriores.



Fuente: elaboración propia.

Figura 2
Desempeño de los tipos de SIEFOREs 2010-2017

El comportamiento antes presentado es de esperarse por los cambios que se han realizado durante el periodo 2012 a 2016 a la política de inversión en los fondos de pensiones.

Por lo tanto, este artículo está enfocado en el análisis de los portafolios eficientes para el caso de las combinaciones de SB4 y un índice representativo de las acciones de las empresas mexicanas socialmente responsables. Los portafolios eficientes tienen su fundamento en la teoría de portafolios de inversión descrita en el siguiente apartado.

3. Teoría de portafolios y revisión literatura de optimización de portafolios

3.1. Teoría de portafolios de inversión

El artículo seminal "Portafolio Selection" de Harry Markowitz, fue publicado en 1952 y es considerado como el inicio de la teoría moderna de selección de portafolios. Harry Markowitz, formula el problema del inversionista en acciones como su presentación original, sin embargo, es hasta 1956 en su artículo "the optimization of a quadratic function subject to linear constraints" que la solución al problema está completa. En el documento de Romero (2011) menciona dos posibles razones. Primero, la escasa importancia que el mercado accionario tenía en el mercado financiero. Segundo, el nivel de complejidad de la solución solo se daría conforme avanzara el desarrollo de las tecnologías. De tal forma que el premio nobel es otorgado en 1990.

La idea que detona Markowitz es referente a que el inversionista considera deseable el retorno esperado e indeseable la varianza de estos retornos. Lo anterior sin aun explicar la naturaleza de la distribución de probabilidad. Mas tarde, Markowitz (1952) postula el principio de diversificación y explica "existe un portafolio diversificado que es preferible con respecto a todos los portafolios no diversificados".

Por diversificación se comprende que es posible invertir en más de un activo, con el objetivo de minimizar el nivel de riesgo asociado a los factores específicos de una empresa a diferencia de invertir en un solo activo.

Para explicar los beneficios de la diversificación Markowitz se basa en una explicación analítica donde, primero, considera que todos los rendimientos de N activos están distribuidos de forma normal de manera conjunta. Por lo tanto, se tiene una media ponderada o rendimiento esperado $E(R_p)$ y una varianza ponderada o un nivel de riesgo del portafolio σ^2.

Para obtener el rendimiento esperado se utiliza la ecuación (3) y el nivel de riesgo del portafolio esta denotado por la ecuación (4).

$$E(R_p) = \omega' e \tag{3}$$

$$\sigma^2 = \omega' C \omega \tag{4}$$

Donde ω es una matriz de tamaño $mx1$ que representa las proporciones de capital a invertir en el portafolio de inversión y esta denotado por ecuación (5), ω' es la transpuesta de ω, su tamaño es $1xn$ y esta denotado por la ecuación (6). $\boldsymbol{C}$ por su parte es una matriz varianza-covarianza de los rendimientos de los activos denotada por la ecuación (8) y e es una matriz de tamaño que representa a los rendimientos promedio y esta denotada por la ecuación (7).

$$\omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_n \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$\omega' = (\ \omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_n) \tag{6}$$

$$e = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_n \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$C = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Segundo, el capital a invertir debe ser utilizado en su totalidad como se muestra en la ecuación (9).

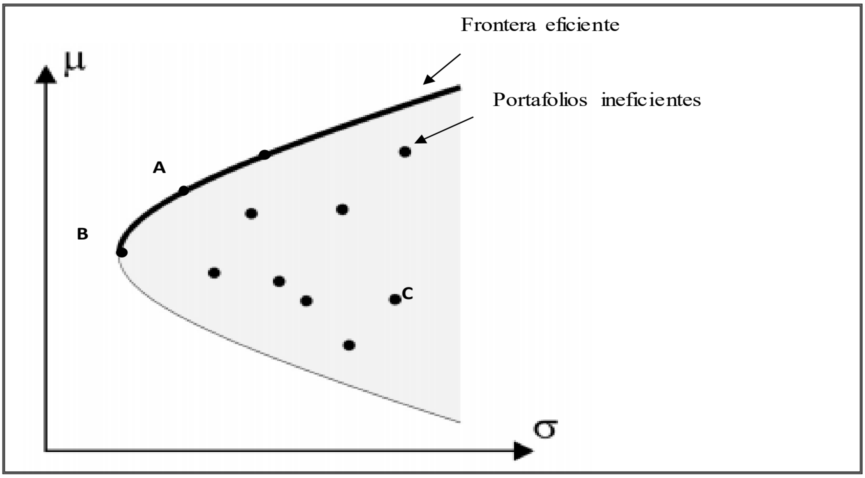
$$\sum \omega_i = 1 \tag{9}$$

Finalmente, un tercer supuesto de la teoría moderna de portafolios es que ω_i puede ser positiva o negativa, es decir puede o no tener ventas en corto y esta denotado por la siguiente ecuación (10).

$$0 \geq \omega_i \leq 0 \tag{10}$$

Una vez conocida la forma de calcular el retorno esperado y la varianza de un portafolio, se puede encontrar un conjunto de portafolios que dentro de todas las posibles, cumplan con el siguiente criterio: Dado un nivel particular de desviación estándar, los portafolios en este conjunto tengan la tasa de rendimiento esperado más alta posible Haugen (1986), cuya representación gráfica se llama frontera eficiente.

La frontera eficiente, es la representación gráfica de los portafolios eficientes y la curva superior del conjunto graficado en la figura 3. Los portafolios eficientes, son aquellos de mínima varianza representado por el portafolio A y mínima varianza global representado por el portafolio B con un nivel rendimiento dado representados gráficamente por la figura 3.



Fuente: elaboración propia.

Figura 3
Frontera eficiente y sus características

3.2. Demostración geométrica de Harry Markowitz.

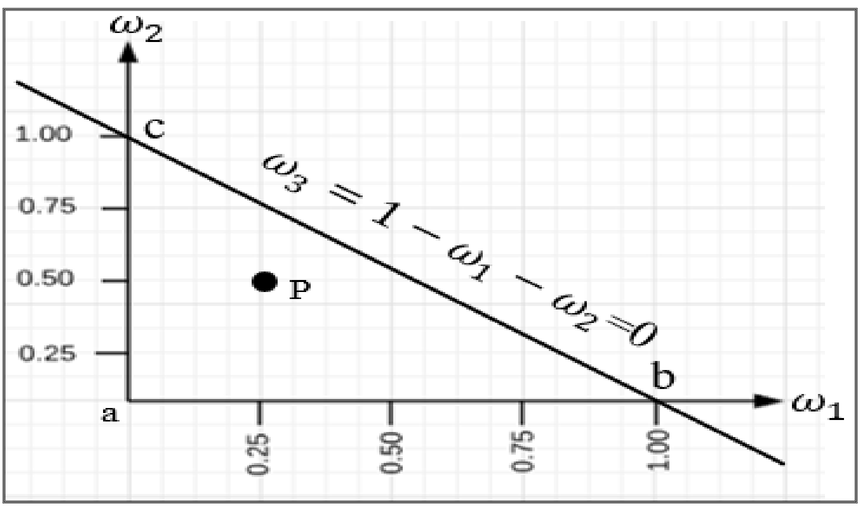
En este apartado se presenta un análisis geométrico de la teoría moderna de portafolios con tres activos. En el análisis de tres activos financieros se conoce que ω_1 representa la fracción de la proporción invertida en el primer activo, ω_2 representa la fracción de la proporción invertida en el segundo activo y finalmente, ω_3 representa la fracción de la proporción invertida en el tercer activo. Por ejemplo, al considerar la siguiente distribución de las proporciones de tres activos ($\omega_1 = 0.25$, $\omega_2 =0.00$, $\omega_3 = 0.75$). Es posible observar en el ejemplo anterior que 75% del valor del portafolio está destinado al activo ω_3. Un segundo ejemplo, se presenta cuando se tiene la siguiente distribución de la proporción ($\omega_1 = 1.00$, $\omega_2 = 0.00$, $\omega_3 = 0.00$). En este segundo ejemplo, el 100% de la fracción de la proporción se ha invertido en el activo financiero ω_1. Con base en el segundo supuesto de Markowitz representado por la ecuación (11).

$$\sum \omega_i = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1 \tag{11}$$

Para obtener la proporción a invertir en el activo financiero 3 representado por ω_3 esta denotado por la ecuación (12):

$$\omega_3 = 1 - \omega_1 - \omega_2 \tag{12}$$

Por lo tanto, un portafolio puede ser representado por la figura 4, donde ω_1 está representado por el eje horizontal y ω_2 representado en el eje vertical.



Fuente: elaboración propia con base en Markowitz (1968).

Figura 4
Representación geométrica de un portafolio

3.2.1. Líneas de Isomedias

Para el análisis de tres activos financieros esta denotado por la ecuación (13), esto quiere decir que el rendimiento esperado es el rendimiento ponderado de las proporciones invertidas en los activos.

$$E(r) = \omega_1\mu_1 + \omega_2\mu_2 + \omega_3\mu_3 \tag{13}$$

Por lo tanto, al sustituir la ecuación (12) en la ecuación (13) se obtiene:

$$\begin{gathered} E(r) = \omega_1\mu_1 + \omega_2\mu_2 + (1 - \omega_1 - \omega_2)\mu_3 \\ E(r) = \omega_1(\mu_1 - \mu_2) + \omega_2(\mu_2 - \mu_3) + \mu_3 \end{gathered} \tag{14}$$

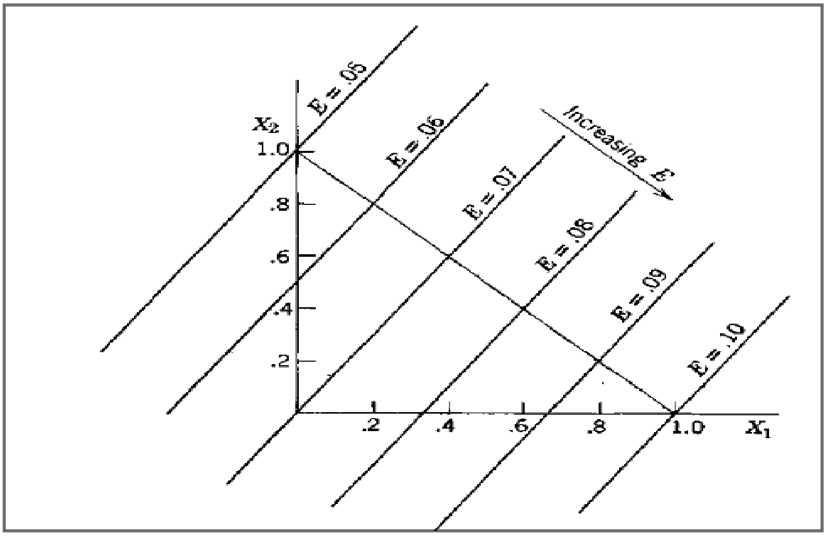
como ejemplo supongamos que tenemos valores de $\mu_1 = 0.10, \mu_2 = 0.05, \mu_3 = 0.07$, por lo tanto, el rendimiento esperado del portafolio es representado por la ecuación (15).

$$E(r) = 0.03\omega_1 - 0.02\omega_2 + 0.07 \tag{15}$$

Si sustituimos el $E(r) = E = 0.08$ en la ecuación (15) se tiene como resultado la siguiente ecuación (16).

$$\begin{gathered} 0.08 = 0.03\omega_1 - 0.02\omega_2 + 0.07 \\ 0.01 = 0.03\omega_1 - 0.02\omega_2 \end{gathered} \tag{16}$$

La figura 5, muestra la línea etiquetada E=0.08 y representa líneas de isomedias 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10. La dirección de la flecha de E indica el incremento del rendimiento esperado.



Fuente: tomada de Markowitz, (1968).

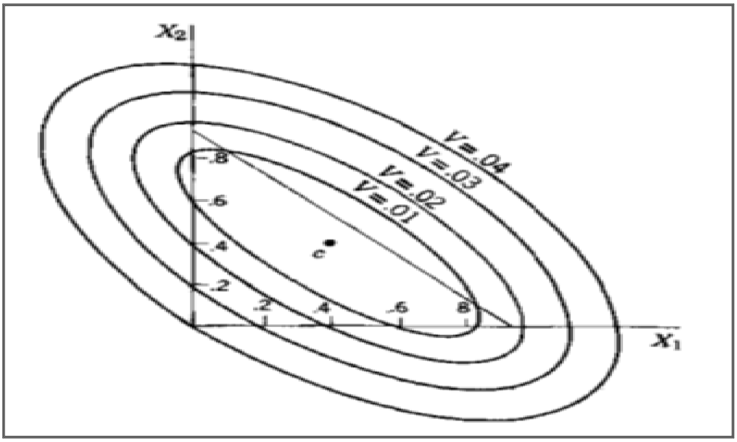
Figura 5
Líneas Isomedias

3.2.2. Líneas de Isovarianza

Por otra parte, se presentan las curvas de isovarianza para el análisis de tres activos financieros. Las curvas de isovarianza son representadas por elipses y la ecuación (17).

$$\begin{aligned}\sigma = {} & \omega_1^2[\sigma_{11} - 2\sigma_{13} + \sigma_{33}] + \omega_2^2[\sigma_{22} - 2\sigma_{23} + \sigma_{33}] \\ & + 2\omega_1\omega_2[\sigma_{12} - \sigma_{13} - \sigma_{23} + \sigma_{33}] \\ & + 2\omega_1[\sigma_{13} - \sigma_{33}] + 2\omega_2[\sigma_{23} - \sigma_{33}] + \sigma_{33}\end{aligned} \tag{17}$$

Las elipses de la figura 6 presentan la característica de tener el mismo centro representado por el portafolio ***C***. Este portafolio es conocido entonces como el portafolio de mínima varianza. Sin embargo, es importante mencionar para el caso de tres activos la representación de isovarianzas es a través de elipses.

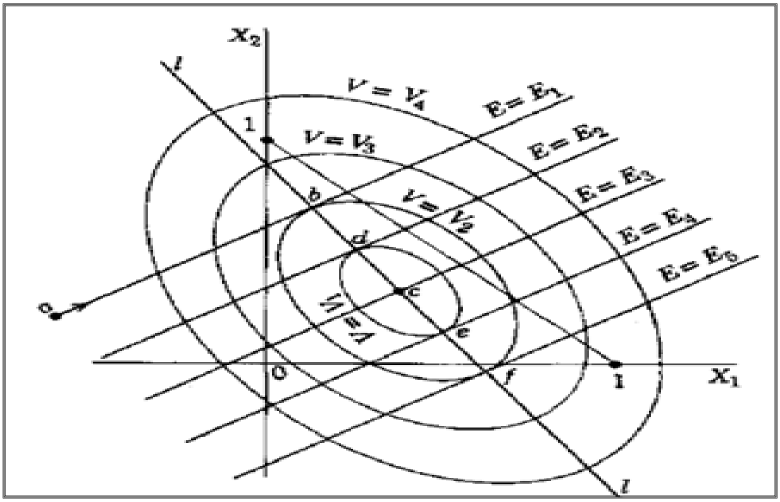


Fuente: Tomada de Markowitz (1968)

Figura 6
Elipses de isovarianzas

3.2.3. La línea crítica para tres activos

La figura 7 representa una combinación de isomedias (líneas) e isovarianzas (elipses). Donde $E=E1$ representa los portafolios con un retorno esperados de $E1$. Las elipses etiquetadas $V=V1$ representan los portafolios con una varianza $V1$. Al imaginar que iniciamos en el punto a y se mueve a través de la línea $E=E1$ en la dirección marcada por la flecha se genera la tangente con puntos de las elipses de isovarianzas. sin embargo, el retorno esperado es el mismo en cualquier punto de la línea. Es importante considerar que conforme se está moviendo en el sentido de la flecha los niveles de varianza van disminuyendo de $V4$ a $V3$ a $V2$. Con base en lo anterior, de todos los puntos de la línea $E1$, la tangente de $E1$ con $V2$ es de menor varianza y es representado por *b*. así también, los puntos *d*, *c*, *e*, *f* son portafolios con los menores niveles de varianza. La línea generada por el conjunto de estos portafolios es conocida bajo el nombre línea crítica y es representada por *l*.



Fuente: Tomada de Markowitz (1968)

Figura 7
Línea crítica de tres activos

3. Fase experimental

3.1. Obtención y procesamiento de los datos

Se comparó el desempeño de diversos portafolios eficientes diseñados para el caso de SB4 y un índice representativo de las acciones de las empresas mexicanas socialmente responsables, para averiguar si pueden existir ventajas en el contexto de los beneficios que pueden esperarse de la diversificación de portafolios y la inversión socialmente responsable.

El índice de inversión socialmente responsable considerado para este análisis es el índice socialmente responsable de México (IPCS) y el índice del mercado general de México (IPC).

Los datos son valores de cierre diarios del IPC, IPCS y fueron obtenidos de la Bolsa Mexicana de Valores, Reuters eikon y Standard and Poors. La ventana temporal empleada fue del 17 de enero 2005 al 31 de julio 2018. Los valores de los índices fueron transformados en log-rendimientos como se muestra en la ecuación (18).

$$R_t = log\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right), t = 1,2,3 \ldots T \tag{18}$$

Con los rendimientos así obtenidos, basándonos en la teoría moderna de portafolios de inversión de Markowitz (1952) y empleando el método de Martin (1955), se obtuvieron 100 portafolios eficientes en el sentido de la relación rendimiento-riesgo. Es decir, se resolvió el siguiente problema de optimización (19) o (20) para generar cada uno de los portafolios eficientes:

$$\begin{gathered}\underbrace{min}_{\omega_i}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_i\omega_j\sigma_{ij} = \sigma_p^2\\ s.a. \sum_{i=1}^{n}\omega_i\mathbb{E}_i = \mathbb{E}_p\\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\omega_i\omega_j\sigma_{ij} = \sigma_p^2\\ \sum_{i=1}^{n}\omega_i = 1\end{gathered} \tag{19}$$

Para la solución computacional de este problema, Martin propone ignorar momentáneamente las restricciones de no negatividad y trabajar solo con las restricciones de igualdad. El primer fundamento de esto radica en que las primeras dos son restricciones no lineales y es posible resolverlo como un problema de optimización y la tercera es una ecuación de restricción lineal. Ante esto, las dos primeras restricciones son más fáciles de manejar en un problema de optimización restringido con cálculo diferencial elemental como vemos replanteando como sigue:

$$\begin{aligned} minimizar\ &\omega_1^2\sigma_1^2 + \omega_2^2\sigma_2^2 + \omega_3^2\sigma_3^2 + \omega_1\sigma_{1,2}\omega_2 + \omega_1\sigma_{1,3}\omega_3\\ &+ \omega_2\sigma_{2,1}\omega_1 + \omega_2\sigma_{2,3}\omega_3 + \omega_3\sigma_{3,1}\omega_1 + \omega_3\sigma_{3,2}\omega_2\end{aligned} \tag{20}$$

sujeto a:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - 1 = 0 \tag{21}$$

$$\omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} - \mathbb{E}_p^* = 0 \tag{22}$$

Por lo tanto, al combinar la ecuación (20), (21), (22) nos permite formar una función para el problema de riesgos con dos restricciones denotada por (20).

$$\begin{aligned} Min\ L = {} & \omega_1^2\sigma_1^2 + \omega_2^2\sigma_2^2 + \omega_3^2\sigma_3^2 + \omega_1\sigma_{1,2}\omega_2 + \omega_1\sigma_{1,3}\omega_3 + \omega_2\sigma_{2,1}\omega_1 \\ & + \omega_2\sigma_{2,3}\omega_3 + \omega_3\sigma_{3,1}\omega_1 + \omega_3\sigma_{3,2}\omega_2 + \lambda[\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - 1] \\ & + \gamma\left[\omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} + \omega_1 E_{r,1} - \mathbb{E}_p^*\right] \end{aligned} \tag{23}$$

Las letras lambda y gamma denotadas por λ y γ en la ecuación (23) son llamados multiplicadores lagrangianas porque se multiplican por las dos restricciones lagrangianas definidas por la ecuación (21) y (22). El portafolio de mínima varianza es encontrado al realizar las derivadas parciales denotadas por $\partial L/\partial\omega_i = 0$ para un rango de i =1 *ton*. Las derivadas parciales de ambas restricciones lagrangianas son también igualadas a cero. Por lo tanto, esto deriva en el siguiente sistema de n+2 ecuaciones denotado por (24).

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial\omega_1} &= 2\omega_1\sigma_1^2 + 2\omega_2\sigma_{1,2} + 2\omega_3\sigma_{1,3} - \lambda E(r_1) - \gamma = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial\omega_2} &= 2\omega_2\sigma_2^2 + 2\omega_1\sigma_{2,3} + 2\omega_3\sigma_{2,3} - \lambda E(r_2) - \gamma = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial\omega_3} &= 2\omega_3\sigma_3^2 + 2\omega_1\sigma_{3,1} + 2\omega_2\sigma_{3,2} - \lambda E(r_3) - \gamma = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial\lambda} &= \omega_1 E(r_1) + \omega_2 E(r_2) + \omega_3 E(r_3) - \mathbb{E}_p^* = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial\gamma} &= \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - 1 = 0 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2\sigma_1^2 & 2\sigma_{1,2} & 2\sigma_{1,3} & -1 & E(r_1) \\ 2\sigma_{2,1}^2 & 2\sigma_2 & 2\sigma_{2,3} & -1 & E(r_2) \\ 2\sigma_{3,1}^2 & 2\sigma_{3,2} & 2\sigma_3 & -1 & E(r_3) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ E(r_1) & E(r_2) & E(r_3) & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \lambda \\ \gamma \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbb{E}_p^* \\ 0 \end{bmatrix}}_{b} \tag{25}$$

Al derivar parcialmente se obtiene el sistema de ecuaciones forma matricial (25), organizando los términos de cada ecuación en columnas que correspondan a cada una de las incógnitas $(\omega_i\ i = 1,2,\dots n, \lambda_i\ n, = 1,2 \dots . n, \gamma_i\ i = 1,2 \dots . n$ Para obtener los valores óptimos de las variables.

Siguiendo el procedimiento para resolver sistemas de ecuaciones con álgebra matricial, se observa que los valores óptimos de los niveles de inversión ($w1$, $w2$, $w3$, $\lambda1$, $\lambda2$) y los multiplicadores lagrangeanos dado en (22) se da por el siguiente despeje en la ecuación (26):

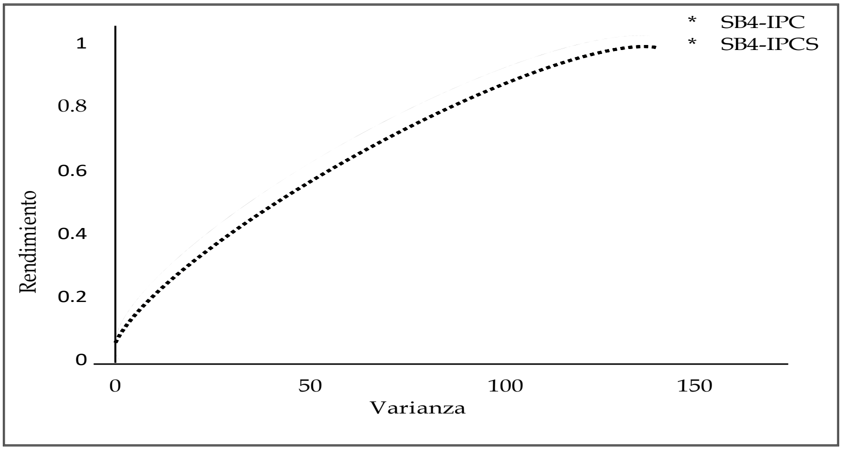
$$\begin{aligned} Cx &= b \\ C^{-1}x &= bC^{-1} \\ Ix &= bC^{-1} \\ x &= bC^{-1} \end{aligned} \tag{26}$$

posteriormente se calculó el índice de Sharpe descrito por la ecuación (27) para cada uno de los portafolios estimados, así como para los rendimientos de los índices en forma individual.

$$S = \frac{\left(R_p - R_f\right)}{\sigma_p} \tag{27}$$

3.2. Análisis de resultados

En la figura 7 se presentan las fronteras eficientes que se estimaron con 100 portafolios diversificados para cada una de las combinaciones de activos SB4-IPC y SB4-IPCS. Se puede ver en dicha figura que, en el portafolio de mínima varianza global, así como para los que están muy cercanos a él, las combinaciones de rendimiento y riesgo son muy similares. Después de ese punto de referencia, se puede observar que los portafolios formados por SB4-IPCS ofrecen el menor pago por el riesgo que cualquiera de los portafolios que se encuentran en la frontera SB4-IPC.



Fuente: elaboración propia.

Figura 7
Fronteras eficientes de portafolios SB4

Al analizar los primeros veinte portafolios estimados para cada una de las fronteras eficientes presentado en el cuadro 1, se observa que el portafolio de mínima varianza global con el mejor desempeño está formado con inversión socialmente responsable (la magnitud del índice de desempeño observado es 1.27825). Es importante destacar que al menos uno de los portafolios con ISR aparentemente está presente en cada uno de los 40 portafolios como la mejor alternativa de selección. Argumentando en favor de la inversión socialmente responsable, se puede ver que entre los portafolios de mínima varianza entrega mejores rendimientos el que invierte en la inversión socialmente responsable.

Tabla 2
Índice de Sharpe de los primeros y últimos 20 portafolios
de la frontera eficiente

Portafolio	SB4-IPCS	SB4-IPC	Portafolio	SB4-IPCS	SB4-IPC
1	1.27825	1.27811	80	0.07611	0.07824
2	0.07615	0.07824	81	0.07612	0.07826
3	0.07612	0.07866	82	0.07618	0.07824
4	0.07614	0.07825	83	0.07612	0.07824
5	0.07612	0.07823	84	0.07642	0.07825
6	0.07612	0.07826	85	0.07612	0.07825
7	0.07615	0.07824	86	0.07614	0.07824
8	0.07623	0.07825	87	0.07613	0.07824
9	0.07629	0.07827	88	0.07613	0.07824
10	0.07615	0.07823	89	0.07612	0.07824
11	0.07620	0.07895	90	0.07612	0.07932
12	0.07615	0.07823	91	0.07613	0.07823
13	0.07612	0.07823	92	0.07617	0.07823
14	0.07612	0.07823	93	0.07621	0.07826
15	0.07647	0.07836	94	0.07612	0.07824
16	0.07616	0.07823	95	0.07612	0.07827
17	0.07615	0.07824	96	0.07612	0.07830
18	0.07613	0.07825	97	0.07614	0.07824
19	0.07612	0.07824	98	0.07613	0.07830
20	0.07611	0.07823	99	0.07612	0.07823

Fuente: elaboración propia.

4. Conclusiones

En este artículo de investigación se llevó a cabo un análisis para conocer los beneficios de la inversión socialmente responsable en las SIEFORES tipo 4 utilizando el algoritmo de selección optima de portafolios de Martin. Para esto, se construyeron dos fronteras eficientes de 100 portafolios para SB4-IPC y 100 para SB4-IPCS.

Como primera gran conclusión, se puede comentar que los portafolios de mínima varianza no presentan un desempeño significativamente diferente, dado que la inversión en SB4-IPC acciones mexicanas es muy baja y no tiene una influencia significativa sobre SB4-IPCS.

Para el caso de los portafolios que maximizan el índice de Sharpe, se observó que el invertir en acciones socialmente responsables no lleva a pérdidas significativas de eficiencia media varianza en comparación a lo que sucedería si emplea la inversión "convencional" representada por el IPC.

Además, los resultados de este ensayo muestran claramente que la inversión en portafolios socialmente responsables puede contribuir de manera importante al mejor aprovechamiento de los beneficios que ofrece la inversión en portafolios diversificados para lograr mejorar el desempeño de los portafolios. Como parte de los trabajos futuros que podrían fortalecer este ensayo está la aplicación estadística de Kandel-Stambaugh para conocer si los índices de Sharpe obtenidos de los portafolios son estadísticamente significativos.

Referencias

Consolandi, C.; A. Jaiswal-Dale; E. Poggiani y A. Vercelli (2009). Global standards and ethical stock indexes: The case of the dow jones sustainability stoxx index. *Journal of Business Ethics,* 87(SUPPL. 1), 185-197. https://doi.org/10.1007/s10551-008-9793-1.

De la Torre, O.; E. Galeana y D. Aguilasocho (2015). The use of the sustainable investment against the broad market one. A first test in the Mexican stock market. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*. https://doi.org/10.1016/j.iedee.2015.08.002.

De la Torre, O. V., y M. I. Martínez (2015). Revisión de la inversión sustentable en la bolsa Mexicana durante periodos de crisis. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 10(2), 115-130.

Grupo del Banco Mundial (2016). Banco Mundial. Recuperado a partir de http://www.bancomundial.org/.

Haugen, R. A. (1986). *Modern investment theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x.

Markowitz, H. M. (1968). *Portfolio Selection Efficient Diversification of Investments*. Yale University Press.

Martin, A. D. (1955). Mathematical programming of Portfolio Selections. *Management Science*, 1(2), 152-167.

Renneboog, L.; J. Ter Horst y Zhang (2008). Socially responsible investments: Institutional aspects, performance, and investor behavior. *Journal of Banking and Finance*, 32(9), 1723-1742. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.12.039.

Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *The Review of Economic Studies*, 25(2), 65. https://doi.org/10.2307/2296205.

United Nations (2000). Resolution 2 session 55 United nations Millennium Declaration.

United Nations. Resolution 60/1. 2005 world summit outcome, 60 § (2005). New York: United Nations.